

極値統計解析およびベイズ推定法に基づく余震による揺れ予測法の開発

澤崎 郁（防災科学技術研究所）

はじめに

大地震直後には多くの余震が発生し、それぞれの余震からの地震波が地震計記録上で重なり合うため、P 波や S 波を読み取りにくくなる。そのため、普段時よりも震源決定の精度が落ち、地震活動の状況の把握が困難となる。この問題を解決する方法の一つとして、一定時間毎の地震計記録の最大振幅に極値統計解析を用いる手法を提案した (Sawazaki, 2021)。今回、この手法を本震直後のデータが少ない時間帯でも適用できるように、事前分布を用いてベイズ的に地震動の超過確率を予測する手法を開発したので報告する。

理論的背景

大地震後のマグニチュード M 以上の余震の発生率 λ_M は、G-R 則と大森・宇津則に従い

$$\lambda_M(M, t, r, \theta) = \frac{K(r, \theta)}{(t+c)^p} 10^{-b(M-M_0)} \quad (1)$$

と表されると仮定する。ローカルマグニチュード M は地震動の最大振幅 x の対数に比例するように

$$M = c_1 \log_{10}(x - x_{\min}) + f(r, \theta, s) \quad (x > x_{\min}) \quad (2)$$

により決められると仮定する。 r と θ は本震の震央を原点とする 2 次元極座標の変数である。地震活動の強度を示す関数 K や、地震波伝播効果や地盤増幅などに関わる関数 f は空間変化するため、これらは r, θ の関数である。関数形の具体的な形は仮定しなくても良い。

(2) 式を (1) 式に代入して変数を M から x に変換し、時間について積分すると、観測地点 s において経過時間 t から $t+T$ の間に x 以上の最大振幅が発生する回数の期待値 N は

$$N(x, t, t+T, s) = h(t, t+T) \left(\frac{x-x_{\min}}{A} \right)^{1-m} \quad (3)$$

と算出できる。ここでは

$$h(t, t+T) \equiv \frac{(t+c+T)^{1-p} - (t+c)^{1-p}}{1-p}, \quad (4)$$

$$A \equiv \left[10^{bM_0} \int_S K(r, \theta) 10^{-bf(r, \theta, s)} dS(r, \theta) \right]^{\frac{1}{bc_1}}, \quad (5)$$

$$m \equiv 1 + bc_1 \quad (6)$$

と定義した。地震活動が非定常ポアソン過程に従うと仮定すると、 z 以上の最大振幅が n 回発生する確率 G_n は

$$G_n(z, t, t+T, s) = \exp[-N(z, t, t+T, s)] \frac{N(z, t, t+T, s)^n}{n!} \quad (7)$$

と導かれる。これを用いると、経過時間 T_1 から $T_1 + T_2$ までの間に z 以上の最大振幅が少なくとも 1 回発生する確率 (EPMA) は

$$EPMA(z, T_1, T_1 + T_2, s) = 1 - G_0(z, T_1, T_1 + T_2, s), \quad (8)$$

z_{th} 以上の最大振幅が n 回以上発生する確率 (EPNUM) は

$$EPNUM_n(z_{th}, T_1, T_1 + T_2, s) = 1 - \sum_{n'=0}^{n-1} G_{n'}(z_{th}, T_1, T_1 + T_2, s) \quad (9)$$

と表すことができる。

解析手法

図 1 のように、本震後の地震計記録について時間幅 T (ここでは $T=1$ 分) ごとに最大振幅 (区間最大振幅) z を計算すると、 z の累積確率分布は (3)、(7) 式を用いて

$$G_0(z, t, t+T, s) = \exp \left[-h(t, t+T) \left(\frac{z-x_{\min}}{A} \right)^{1-m} \right] \quad (10)$$

と表せる。これは非定常 Frechet 分布 (NFD) と呼ばれる極値分布の一種であり、その確率密度関数は $z \rightarrow \infty$ の極限においてべき乗則に従い減衰する。べき指数 m は、(6) 式により b 値と関係づけられる。

NFD を特徴づけるパラメータは、 $A, m, p, c, x_{\min}$ の 5 個である。十分な数の区間最大振幅があれば、これに

NFD を当てはめて最尤法により各パラメータを推定できる。しかし、本震後数時間以内ではこれらのパラメータの推定幅は広く、解が安定しない。そこで、 A を除く各パラメータの事前分布として正規分布または対数正規分布を仮定し、各パラメータは尤度関数と事前分布をかけ合わせた事後分布に従うとみなす。事前分布は Omi et al. (2015, 2016)が過去の多くの余震系列について調査した平均値と標準偏差を用いて与える。MCMC 法により事後分布から多くのパラメータセットを抽出し、これらを用いて(8)、(9)式に適用して EPMA と EPNUM の平均値を計算する。

結果

提案した手法を 2008 年岩手・宮城内陸地震 ($M_J7.2$)、2016 年熊本地震の本震 ($M_J7.3$)、2018 年大阪府北部の地震 ($M_J6.1$)、および 2024 年能登半島地震 ($M_J7.6$) に適用し、Hi-net 観測点ごとの最大振幅および閾値超過振幅数の予測を行った。強震動により飽和した記録(汐見他、2005 等)については、併設する KiK-net の記録を Hi-net の特性に合わせて用いた。

図 2a は本震の 1 時間後時点で算出した 7 日後までに発生するであろう最大振幅の予測 (10~90 パーセンタイル範囲) と、実際に発生した最大振幅値の比較である。大多数の観測点において、実際の最大振幅は予測範囲の中で発生しているものの、予測の中央値 (白丸) は系統的に過大評価されている。これは、マグニチュードが大きくなると地震動が飽和し、(2) 式のような M と対数最大振幅の線形関係が成立しなくなるためと考えられる。

図 2b は、閾値 $z_{th}=0.02\text{cm/s}$ (概ね有感地震に相当) を超える揺れの回数について同様の予測成績を示したものである。こちらの方が予測の中央値の過大/過小評価は少ない。これは閾値が十分小さい場合、閾値以上の地震動の回数は大振幅時の飽和の影響を受けにくいことなどが考えられる。

まとめ

今回提案した手法のメリットとして、極値統計解析という「外挿に強い」解析法を用いていることが挙げられる。Learning period よりもはるかに長い期間について、これまでに経験していないレベルの揺れを予測するのは本質的に外挿の問題であるが、極値統計解析は外挿を適切に扱える数少ない統計的手法と位置付けられる。また、地震計記録そのものから対象地点における揺れの超過確率や回数を予測するため、地震カタログの不完全性が著しい本震直後 (概ね本震から数時間以内) から適用可能というメリットがある。一方で、地震観測点以外の場所で面的に揺れを予測することはできないというデメリットも存在する。

今回の解析で見られた最大振幅の系統的な過大評価の主な原因は、対数最大振幅と M の線形関係 (2 式) の仮定がマグニチュードが大きいくほど満たされないことにあり、極値統計解析そのものに内在する問題とは考えにくい。両者の非線形な関係を考慮した定式化については現在考案中である (澤崎、2024 地震学会)。また、顕著な 2 次余震や誘発地震を伴う場合など、単純な大森・宇津則に従わない余震活動についても適用できるように、手法の高度化を進める予定である。

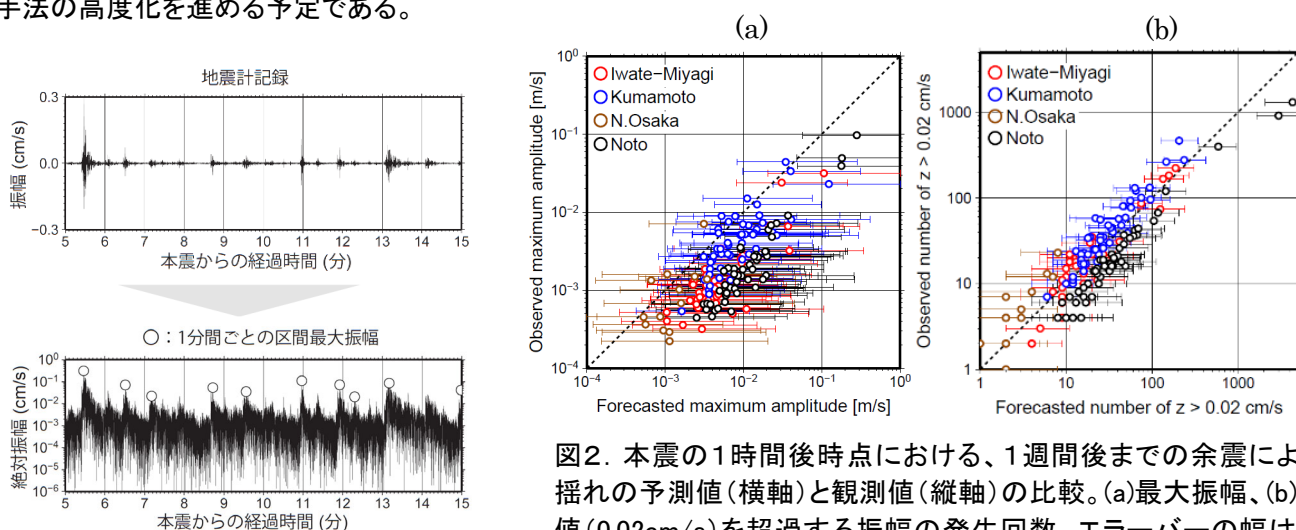


図 1. 地震計記録の区間最大振幅

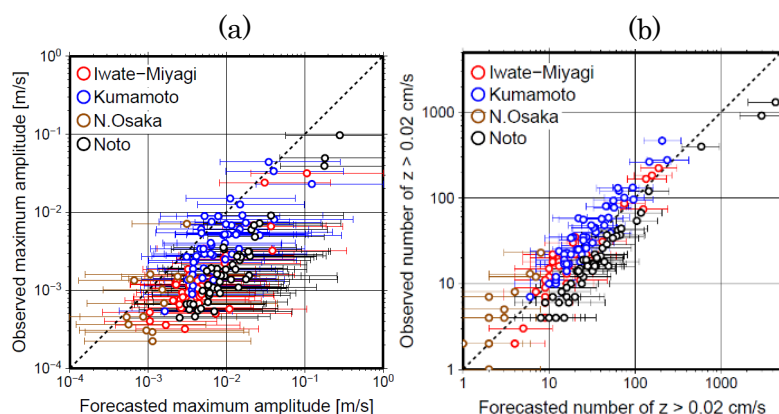


図 2. 本震の 1 時間後時点における、1 週間後までの余震による揺れの予測値 (横軸) と観測値 (縦軸) の比較。(a) 最大振幅、(b) 閾値 (0.02cm/s) を超過する振幅の発生回数。エラーバーの幅は予測の 10~90 パーセンタイル範囲。白丸は予測の中央値。