

自己回帰モデルによるスペクトル解析は地盤増幅率の周波数特性評価に有効か？

鎌谷紀子・小木曾仁(気象研究所)

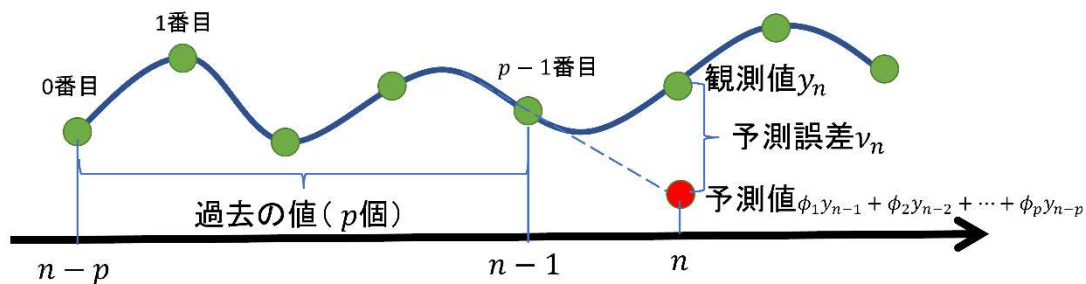
## 1. はじめに

気象庁は、リアルタイムでの長周期地震動の予測情報提供について検討を進めている。より精度の高い長周期地震動予測・強震動即時予測を実現させるには、周波数の違いを加味したサイト増幅係数を使用することが有効であることが、既往研究によって示されている(例えば Hoshiba (2013)や Ogiso et al. (2016))。それらのサイト増幅係数を算出する際に使われているのは高速フーリエ変換(FFT)であるが、FFT でスペクトルを求める場合、分析可能な最低周波数を引き下げるためには時間窓長を延ばす必要があり、短時間のシグナルデータから低周波のスペクトルを算出するのは難しい。また、FFT では周波数軸で等間隔の分析結果が得られるため、低周波側は疎なデータになる。これに対し、過去のデータを元に将来のデータを予測するために使われる自己回帰(AR)モデルは、モデルの推定の際にスペクトルが得られ、そのスペクトルにはFFTにある上記のような制限がない。そこで、AR モデルによるスペクトル解析を用いた地盤増幅率の周波数特性評価を試行し、有効性について検討した。

## 2. 解析手法

### (1) 自己回帰(AR)モデル

AR モデルとは、過去の値から現在や未来の値を推測するモデルであり、ある時点の出力が過去の出力の線形結合として得られる場合、それを線形の数式で表す(図1)。



$$y_n = \phi_1 y_{n-1} + \phi_2 y_{n-2} + \dots + \phi_p y_{n-p} + v_n$$

過去の情報をもとに確定的に定まる部分

過去の情報とは無関係に、確率的に新たな情報を与える部分(ホワイトノイズ)

図1 ARモデルの式

この式は以下のように表される。

$$y_n = \sum_{k=1}^p (\phi_k y_{n-k}) + v_n$$

$y_n$ : 定常時系列  
 $v_n$ : 予測誤差(正規白色雑音、平均0、分散 $\sigma^2$ )  
 $p$ : 自己回帰の次数  
 $\phi_k$ : 自己回帰係数

また、スペクトルは以下のように表されることから、この式を用いてスペクトルを算出した。

$$p(f) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 - \sum_{k=1}^p \phi_k e^{-\frac{2\pi i k}{f_s}} \right|^2}$$

$\sigma^2$ : 予測誤差の分散  
 $f_s$ : サンプリング周波数

自己回帰係数 $\phi_k$ は、Yule-Walker 法で求めた。また、自己回帰の次数 $p$ は、大きいほど赤池情報量規準(AIC)が小さい傾向を示した(予測と観測の合いが良い)ことや、低次の AR モデルによるスペクトルは特に低周波領域で平滑化することが分かったことから、取り得る最大次数(解析対象サンプル数-2)を使用することとした。なお、高次数の AR モデルによるスペクトルは、FFTによるスペクトルと良く似た形状になることを確かめている。

## (2) 使用データ及び解析手順

使用したデータは、表1のとおりである。

表1 使用したデータの概要

観測点名	KiK-net 白糠南(KSRH09)	KiK-net 江戸崎(IBRH07)
使用成分	地表置き(標高 27m)及び地下置き(深度 100m)の強震計の、各三成分	地表置き(標高 3m)及び地下置き(深度 1200m)の強震計の、各三成分
使用時間長	P 波 10 秒間、S 波 20 秒間	P 波 6 秒間、S 波 20 秒間
使用イベント数	P 波 8 イベント、S 波 9 イベント (2002 年と 2003 年のイベントは 200Hz、それら以外は 100Hz)	P 波 S 波 15 イベント (2007 年のイベントは 200Hz、それ以外は 100Hz)

これらの P 波および S 波について、地表および地下置きの強震計の NS、EW、UD 成分のそれぞれについて FFT と AR モデルによるスペクトルを算出し、地表/地下の振幅スペクトル比を求めた。さらに、低周波(長周期)領域での地表/地下の振幅比が振幅スペクトル比でも再現されているか確認するため、オリジナル波形に 0.2Hz から 0.8Hz のバンドパスフィルターをかけて地表/地下の振幅比を算出したものと、FFT および AR モデルによるスペクトルから得られる振幅スペクトル比の値とを比較した。

### 3. 解析結果

解析結果の1例を図2に示す。

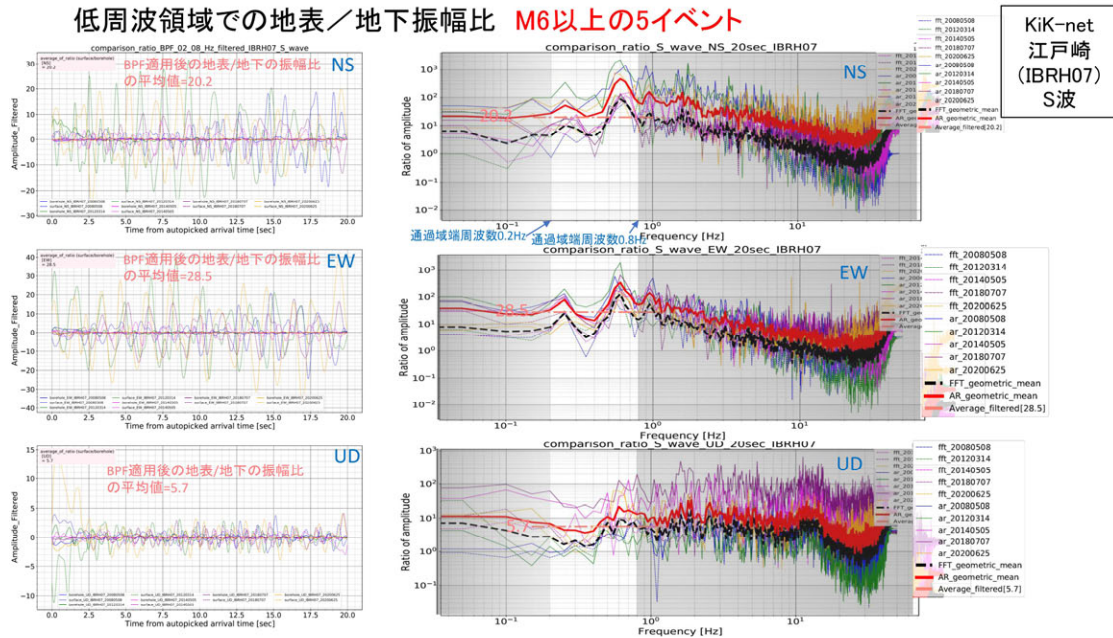


図2 KiK-net 江戸崎(IBRH07)で観測した M6 以上の5地震の S 波に、0.2Hz-0.8Hz のバンドパスフィルターをかけたもの(左図。地表は点線、地下は実線。振幅絶対値の平均値の地表/地下比をピンク字で併記)と、FFT と AR モデルによるスペクトルから算出した地表/地下の振幅スペクトル比(右図。FFT は点線、AR モデルは実線。黒太点線および赤太実線はそれぞれ FFT および AR モデルによる振幅スペクトル比の幾何平均)。

今回の解析の結果、以下のことがわかった。

- AR モデルのスペクトルは、FFT で算出したスペクトルと似た形状になる。
- 振幅スペクトル比のイベント毎のバラつきは、AR モデルより FFT で算出したものの方が小さい傾向がある。
- 振幅スペクトル比は、AR モデルより FFT で算出したものの方が、実際の地震波形の振幅比に近い傾向がある(低周波領域で見た場合)。

### 4. 考察

AR モデルの振幅スペクトル比の方が実際の地震波形の振幅比からのズレが大きい理由についての明確な答えは不明であるが、AR モデルがある一定値の周りで一定のパターンを繰り返すデータをモデリングするのに向いているのに対し、地震波はそのような単純なパターンを持たない時系列データであり、線形の式で地震波を表すことには限界があることが一因ではないかと考えられる。なお、1.11Hz と 0.56Hz の正弦波を足し合わせた波を用いて同様な解析を行ったところ、AR モデルのスペクトルについて、卓越周波数を正しく表現できることや、最大振幅は期待した値

にはならないが同じ周波数の振幅スペクトル比はオリジナル波形の振幅値に近いこと、しかし FFT と比較するとズレが大きいことが分かった。

## 5. 結論

AR モデルより FFT で算出した振幅スペクトル比の方が実際の地震波形の振幅比に近い傾向があることに加え、AR モデルはイベント毎の振幅スペクトル比のバラつきが大きいことも勘案すると、地盤増幅率の周波数特性評価には、低周波領域であっても FFT を使用する方が適切と考えられる。

## [謝辞]

国立研究開発法人防災科学技術研究所の KiK-net のデータ(防災科学技術研究所、2019)を使用させていただきました。ここに記して感謝いたします。

## [参考文献]

Hoshiya M (2013) Real-time correction of frequency-dependent site amplification factors for application to earthquake early warning. *Bull Seismol Soc Am* 103:3179–3188. doi:10.1785/0120130060

Ogiso M, Aoki S, Hoshiya M (2016) Real-time seismic intensity prediction using frequency-dependent site amplification factors. *Earth, Planets and Space* 68:83. doi:10.1186/s40623-016-0467-4

防災科学技術研究所 (2019) NIED K-NET, KiK-net. doi: 10.17598/nied.0004