フレネル・ボリュームを考慮した弾性波トモグラフィ

渡辺俊樹・松岡俊文・芦田讓
京都大学大学院工学研究科資源工学専攻

緒　言

弾性波トモグラフィ解析においては、波線近似とセル分割による離散化が多く用いられる。波線近似は波動の周波数が無限に高く、波長が無限小であると仮定した近似であり、波動の伝播には波線経路上の物性値しか影響しないとして扱う。セル分割による離散化では、波線の情報を用いてセルの物性値を決定するため、波動が影響を及ぼす空間的な範囲は物理的な理由でなくセルのサイズによって規定される。このように、従来のトモグラフィ手法は波動の伝播の空間的な取扱いに統一性を欠いていると言える。

実際には、観測に使用される波動の周波数は帯域制限されており、波動の伝播は波線経路上だけでなく、その周辺の物性値の影響も受ける。また、速度分布の再構成の際に波動が影響を及ぼす空間的範囲を適切に考慮することが必要である。そこで、我々はフレネル・ボリューム (Fresnel volume) の概念を用いた弾性波トモグラフィ解析について研究している（藤本ほか, 1997; 渡辺ほか, 1998; Watanabe, *et al*., 1998）。

フレネル・ボリュームの導出

フレネル・ボリュームは震源－受震点間の最短走時から波動の半周期以内の時間遅れで到達する波動の集合であり、これらの波動は加算されて初動波形を形成する（Cerveny and Soars, 1992）。

Fig. 1 に示したように、空間上の任意の点を P とすると、点 P が震源 S、受振点 R に関するフレネル・ボリュームに含まれる条件は次式で表される。

$$\tau_{SP} + \tau_{PR} - \tau_{SR} \le \frac{T}{2} = \frac{1}{2f} \qquad (1)$$

ここで、例えばτ_{SR}は震源 S から受振点 R までの走時を示す。T は周期、f は周波数である。フレネル・ボリュームの幅は周波数の平方根にほぼ反比例し、周波数の低い(波長の長い)波動の伝播はより広い範囲の物性値に影響を受けることを示唆している。

フレネル・ボリュームの導出は以下の方法で行う。

- まず始めに、震源 S から領域内の各点 P へ到る走時場を計算する。
- 次に、同様に受振点 R から領域内の各点 P へ到る走時場を計算する。
- 両者を加え合わせることにより、震源 S を発し点 P を経由して受振点 R へ到達する走時場が得られる。この最小値が最小走時τ_{SR}であり、最小値を持つ点 P を結ぶ線が波線経路である。
- $\Delta t = \tau_{SP} + \tau_{PR} - \tau_{SR}$ と定義すると、□t≦1/2f を満たす部分がフレネル・ボリュームである。

本手法では、走時場の計算を震源からと受振点からとの 2 回行う必要があり、計算時間あるいは記憶容量を多く必要とする。しかし、波線経路追跡を行う必要がないため、高速な走時場計算手法を用いれば 3 次元計算の場合でも比較的短時間で計算を終えることができる。本研究では、走時場の計算にはアイコナール方程式を差分法を用いて解く方法を採用した。

フレネル・ボリュームを用いた逆解析法

フレネル・ボリュームを各格子点で値を持つ重み係数 □で表現することにより、波動の影響範囲内の速度分布を再構成する方法を考案した。フレネル・ボリュームの中心軸に近いほど、波動の伝播に及ぼす影響が大きいと考えるのが自然である。したがって、重み係数には□t に関する単調減少関数を採用した。本研究では単純なため以下の線形関数を使用した。

$$\omega = \begin{cases} 1-2f\Delta t, & (0 \le \Delta t \le 1/2) \\ 0, & (1/2f \le \Delta t) \end{cases} \tag{2}$$

Fig. 2 に水平2層構造 (V_1=2000m/s, V_2=4000m/s) における周波数500Hz の屈折波 (Head wave) のフレネル・ボリュームの例を図示した。

逆解析の方法は通常のトモグラフィ解析と同様である。スローネスの修正には次式を用いた。

$$\frac{\Delta S_j^k}{S_j^{k+1}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\omega_{ij}\Delta T_i}{T_i^{\mathrm{obs}}} \Big/ \sum_{i=1}^{N} \omega_{ij} \tag{3}$$

ここで、観測走時T_i^{obs}、理論走時T_i^{cal}、重み係数□$_{ij}$、スローネスS_j^kとする。□T_iは走時残差、□S_j^kはスローネスの修正量である。(3)式は波線の広がりを考慮した SIRT の拡張と考えることができる。

本手法の特徴

(1) フルウェーブ・インバージョンとの関係

音響波動方程式に基づくフルウェーブ・インバージョンにおいて、誤差（観測波形と理論波形との差）の二乗和 E の速度場 $c(\mathbf{x})$に関する最大傾斜$\gamma(\mathbf{x})=\partial E \big/ \partial c(\mathbf{x})$、すなわち、速度場の修正量の空間的分布はフレネル・ボリュームとよく似ている。このことから、フレネル・ボリュームはある周波数をもつ波動の影響範囲を物理的によく評価しているといえる。フレネル・ボリュームを用いる逆解析手法は、簡便ながらも波線理論に基づくトモグラフィ解析を波動論的方向へ拡張するものであるといえる。

(2) 弾性波トモグラフィの分解能との関係

波動を使用した観測では常に使用する周波数（波長）が分解能を規定し、弾性波トモグラフィもその例外ではない。速度異常体の大きさを様々に変化させて作成した走時データをフレネル・ボリュームを用いて解析を行い、結果を比較した。本手法では波動の周波数に応じて波線の広がりを考慮した結果、トモグラフィ解析の分解能を忠実に反映した結果が得られることが明らかになった。

(3) 逆解析の安定性に及ぼす効果

弾性波トモグラフィでは震源・受振点の配置の制約が厳しく、未知数に対してデータ数が不足しがちであり、また、行列の性質が悪い。これらが解析の不安定や偽像の発生の原因となる。

フレネル・ボリュームは幅を持つため、波線が通過するセル数に比べて圧倒的に多くの格子点を含む。したがって、フレネル・ボリュームを導入した結果、解析面では行列の粗さが改善される。また同時に、平滑化の効果が自然に導入される。したがって、フレネル・ボリュームを用いた場合、解析が安定し偽像の少ない滑らかな解析結果が得られることが期待される。

結 言

フレネル・ボリュームを弾性波トモグラフィに適用する方法の利点は以下の通りである。

- 波動の伝播の影響範囲を物理的に考慮できる。
- 波線経路追跡を行わないため、3 次元計算の場合でも計算時間が短い。
- 使用した波動の周波数の分解能に見合った結果が得られる。
- 波動伝播経路が幅を持つため、逆問題における行列の粗さの問題が改善できる。そのため解析が安定し偽像の発生が抑制される。この効果は特に 3 次元解析の場合顕著である。

参考文献

- Cerveny, V. and Soares, J. E. P. (1992), Fresnel volume ray tracing, Geophysics, 57, 902-915.
- 藤本正道・渡辺俊樹・芦田讓・佐々宏一 (1997), 弾性波トモグラフィにおける周波数と分解能の関係, 物理探査学会第 96 回(平成 9 年度春季)学術講演会講演論文集, 157-160.
- Watanabe, T., Fujimoto, M. and Ashida, Y. (1998), Seismic traveltime tomography by use of Fresnel volumes, Proc. of 4th SEGJ Intern. Sympo. —Fracture Imaging—, 123-128.
- 渡辺俊樹・松浦秀登志・芦田讓 (1998), 弾性波トモグラフィの分解能に及ぼす周波数の影響, 物理探査学会第 98 回（平成 10 年度春季）学術講演会講演論文集, 157-160.

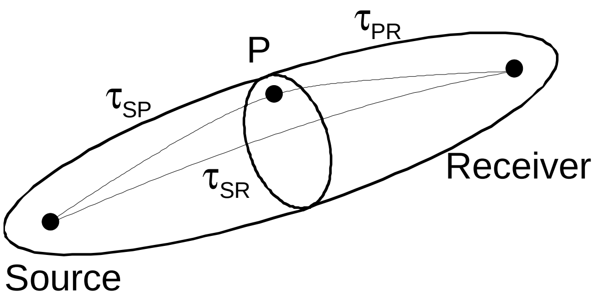

Fig. 1: フレネル・ボリュームの概念

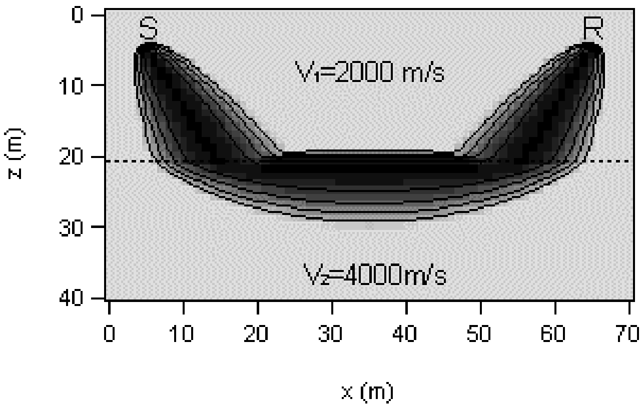

Fig. 2: 水平 2 層構造(V_1=2000m/s, V_2=4000m/s)における周波数 500Hz の屈折波(Head wave)のフレネル・ボリューム。