

深さ依存型速度構造における地震波エンベロープ・グリーン関数の導出:
一次等方散乱モデル

°早川俊彦・佐藤春夫 (東北大学理学研究科)

Coda Excitation in a Depth Dependent Velocity Structure:
Single Scattering Model

°T. Hayakawa and H. Sato

(Dept. of Geophysics, Graduate School of Science, Tohoku Univ.)

はじめに

輻射伝達理論に基づいて高周波地震波エンベロープを計算する手法は、Aki(1969)の1次後方散乱モデルを初めとして、Sato *et al.* (1995)の非球対称輻射・多重等方散乱モデルなど、近年特に発展してきた分野である。これらの研究は全て、媒質の速度が空間的に一様であると仮定してきた。しかし、実際の地球の速度構造は一様ではなく、第一近似的にも深さ方向の速度勾配が存在する。深さによって速度が増す構造中では、波線理論からは地震波線が地表方向に屈曲することが期待され、また振幅の観点からは幾何学的減衰、内部減衰が変化することが予想できる。例えば、Nakahara *et al.* (1997)は1994年三陸はるか沖地震の解析に際し、Sato *et al.* (1997)の非球対称輻射・多重散乱モデルに基づくグリーン関数を用いて、断層面のエネルギー輻射領域のインバージョン解析を行ったが、無限均質媒質の仮定を置いているために生ずる、波線の曲がりによる射出角のずれや等走時面の歪みによる走時のずれの補正が必要となる問題があった。より整合性のある解析をするためには、散乱モデル自体を現実的な構造に近づけていくことが求められる。本稿では、より現実的、かつ整合性のあるモデルに基づく地震波エンベロープ・グリーン関数として、深さに依存した速度構造をもつ媒質における1次等方散乱過程を輻射伝達理論に基づいて定式化する。

定式化

速度が深さ z の1次関数 $V(z) = a + bz$ で表される構造の中に、点的な散乱体がランダム一様に分布している系を考える。単位体積当たりの散乱の強さは深さによらず一定で、散乱係数 g_0 で表されるものとする。

震源からの射出角を (θ_0, ϕ_0) とすると、波線は震源 \mathbf{r}_0 と点 \mathbf{r} を含む z 軸に平行な平面と

$$\left(x - x_0 - \frac{1}{s_0} \cot \theta_0 \cos \phi_0\right)^2 + \left(y - y_0 - \frac{1}{s_0} \cot \theta_0 \sin \phi_0\right)^2 + \left(z - z_0 + \frac{1}{s_0}\right)^2 = \frac{1}{s_0^2 \sin^2 \theta_0} \quad (1)$$

で表される球面との交線として与えられる。ただし、 $s_0 = s(z_0) = b/V(z_0)$ である。

等走時面はそれに直交する球面であり、次式で表される。

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + \left(z - z_0 + \frac{1}{s_0} - \frac{1}{s_0} \cosh s_0 w_0\right)^2 = \frac{\sinh^2 s_0 w_0}{s_0^2} \quad (2)$$

図1に $x - z$ 平面にとった断面図を示す。 $\mathbf{r}_0(x_0, y_0, z_0)$ を原点として波線に沿う座標 w_0 と等走時面上の座標 (θ_0, ϕ_0) とは、直交曲線座標系(双曲座標系)をなしている。震源の近傍ではこれが球座標系に一致するように選ぶ。震源 \mathbf{r}_0 から点 \mathbf{r} への走時 $T = \int_{x_0}^x \frac{1}{V(z)} dl$ を用いて、この波線に沿う点 \mathbf{r} の座標は $w_0(\mathbf{r}_0) = TV(z_0)$ と表される。

1次散乱波の生成過程は次のように考える(図2). 震源 r_0 からの単位時間・単位立体角当たりのエネルギー輻射を $\frac{W}{4\pi} R(\theta_0, \phi_0) \delta(t)$ で与える. 速度勾配による ray tube の広がり補正, 伝達の遅れ, 散乱減衰・内部減衰の効果を取り入れ, さらに散乱点 r_1 での体積要素 $dx dy dz$ での散乱によるエネルギー生成(単位時間・単位立体角当たり)をかけ, r_1 から観測点 r_2 への波線での速度勾配の存在による ray tube の広がり補正と走時の遅れを取り入れると, 震源 r_0 において単位立体角から輻射されるエネルギーが観測点 r_2 でのエネルギー密度に与える寄与は

$$dE^1(\theta_0, \phi_0, t) = \frac{W}{4\pi} \frac{\sin \theta_0 d\theta_0 d\phi_0}{dS_0} \frac{g_0}{4\pi V_2} \frac{\sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1}{dS_1} dx dy dz \delta(t - T_0(w_0(r_1)) - T_2(w_2(r_1))) \quad (3)$$

式(3)を散乱体の座標 r_1 について全空間積分すると,

$$\begin{aligned} E^1(r_2, t) &= g_0 V_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dr_1 dt' W R(\theta_0, \phi_0) G(r_1, t) G(r_2 - r_1, t - t') \\ &= \frac{W g_0}{(4\pi)^2 V_2} \int_0^{\infty} dw_0 \int_0^{\pi} d\theta_0 \int_0^{2\pi} d\phi_0 \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(w_0, \theta_0, \phi_0)} \right| \\ &\quad \times R(\theta_0, \phi_0) \delta(t - T_0(w_0(r_1)) - T_2(w_2(r_1))) \\ &\quad \times \exp \left\{ \int - \left(g_0 + Q_i^{-1}(z) \frac{\omega}{V(z)} \right) dw \right\} \\ &\quad \times \frac{\sin \theta_0 d\theta_0 d\phi_0}{dS_0} \Big|_{r_0} \frac{\sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1}{dS_1} \Big|_{r_2} \end{aligned} \quad (4)$$

ある時刻での観測点でのエネルギー密度に寄与する散乱体は, 第2行の t に関するデルタ関数で定められる等走時曲面(Scattering shell, 図3)上に分布している. このデルタ関数を評価することで, 式(3)の全射出角についての積分を Scattering shell 上の面積積分に変換することができる. ω は想定する波の角振動数, $Q_i(z)$ は内部減衰定数である. Q は, $\eta = \frac{Q_i(z)}{V(z)}$ が定数になるように深さに依存するとする. 散乱減衰, 内部減衰は伝播経路長 l に依存すると仮定した.

また, 式(4)は極限 $r_2 \rightarrow r_0$ では解析的に積分可能であり, 1次後方散乱モデルを特殊解として含んでいる.

結果

Double-Couple 型の震源を考えたときの一次散乱波のエンベロープ振幅を示す. 速度構造は $V(z) = 1.0 + 0.1z$ (km/s) で与え, 散乱係数 g_0 は $0.1(\text{km}^{-1})$, 輻射強度 $W_0 = 1.0$ とした. 数値計算の条件は $\Delta\theta_0 = \Delta\phi_0 = \pi/18$, $\Delta t = 0.5$ s である.

図4は震源を中心とし, 深さ方向を天頂に取った球座標系で $r = 10\text{km}$, $\theta = \pi/2$, $\phi = 0$ におけるエンベロープである. 従来のモデルとの比較のために, 均質媒質における1次等方散乱の解析解を同時にプロットした. また, 内部減衰定数 Q_i^{-1} を $0.0, 0.01, 0.02$ と変えた結果を示す. 均質媒質に比べ, 速度勾配を与えたときのエンベロープは早く減衰することがわかる. 次に, 図5に距離・時間を一定として, エンベロープ振幅を角度 ϕ についてプロットした. いずれの距離においても, 輻射直後はクローバー型の radiation pattern を明瞭に示すが, 次第に pattern が薄れ, S波走時の2倍ともなるとほぼ等方な特性を示していることがわかる. 図6は同様にエンベロープ振幅を角度 θ についてプロットしたものである. $\theta = 0$ が深さ方向である. 速度勾配を与えることによって地表側にエネルギーが集中していくことがわかる. また, この断面からも radiation pattern は次第に消え去ることがわかる.

まとめ

深さ方向に1次関数型速度構造をもつ媒質における1次等方散乱モデルを輻射伝達理論に基づいて定式化することに成功した。このモデルでは波線の曲がりや等走時間面の歪みを含めて地震波エンベロープを計算することができる。速度勾配を与えると、均質構造に比べエンベロープはより早く減衰する。ダブルカップル型の点震源からの輻射をシミュレートしたところ、経過時間がS波走時の2倍ともなると輻射パターンが失われることが確かめられた。今後はこのエンベロープ・グリーン関数を震源過程解析へ応用することを考えている。

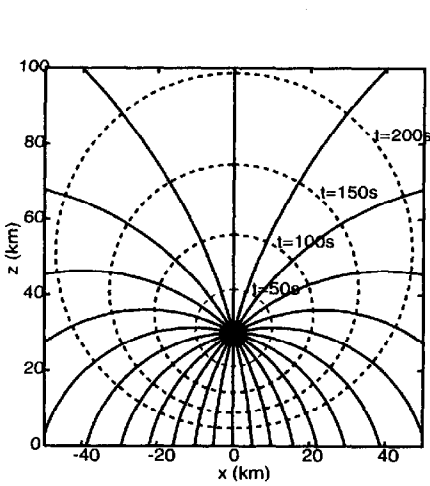


図1. 一様速度勾配における射出角 $\pi/12$ 毎の波線(実線)と50s毎の等走時間(破線)。震源は $x=0\text{km}$, $z=30\text{km}$ 。速度構造は $V(z)=1+0.1z$ (km/s)。

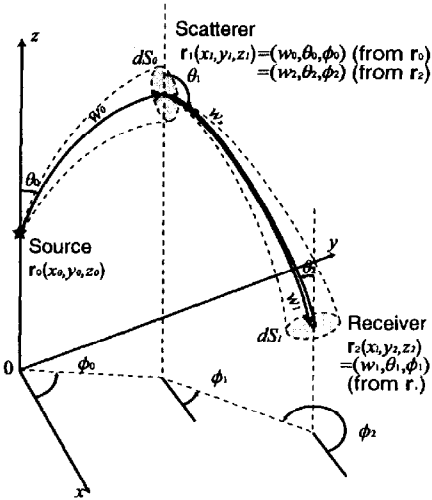


図2. 一様速度勾配における一次散乱の概念図。震源 r_0 から単位立体角内に輻射されたエネルギーフラックスが、 w_0 進むと dS_0 の面積に拡散する。散乱点 r_1 で散乱されたエネルギーは観測点 r_2 に向かい、さらに dS_1 の面積に拡散する。

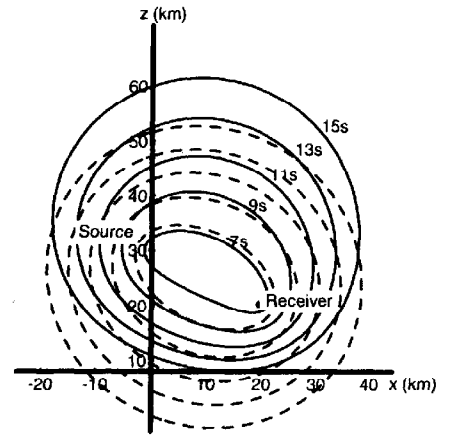


図3. 一様速度勾配における散乱殻(等走時間)を実線に示す。点線は一様速度構造の場合。観測点に到達する時刻を7sから15sまで2s毎にプロットした。震源は $x=0\text{km}$, $z=30\text{km}$, 観測点は $x=20\text{km}$, $z=20\text{km}$ 。

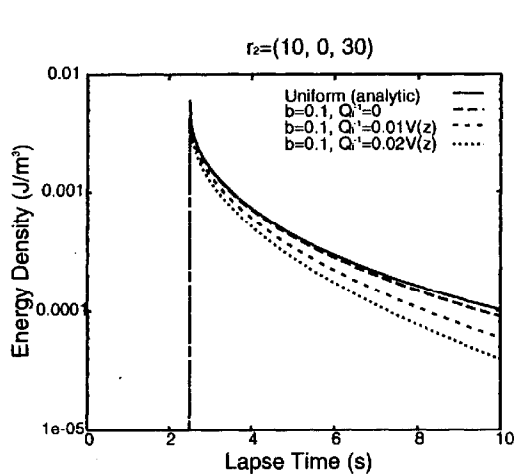


図4. $r = 10\text{km}$, $\theta = \pi/2$, $\phi = 0$ におけるエンベロープ。散乱係数 $g_0 = 0.1$ (km^{-1}), 輻射強度 $W_0 = 1.0$ 。実線は速度構造 $V(z) = 1.0 + 0.1z$ (km/s)での、破線は $V(z) = 4.0$ (km/s)での計算結果。内部減衰定数 Q_i^{-1} を0, 0.01, 0.02と変化させてプロットした。

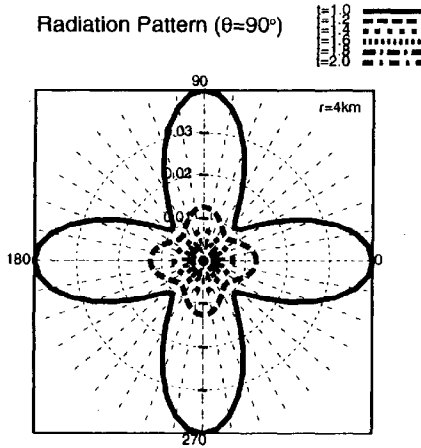


図5. 距離(4km)・時間を一定とし、震源からみた方位角 ϕ_0 に関するエンベロープ振幅。半径が振幅の値を表す。時間 t を1.0-2.0まで変化させてプロットした。時間経過に従い、クローバー型のパターンが薄れていく。

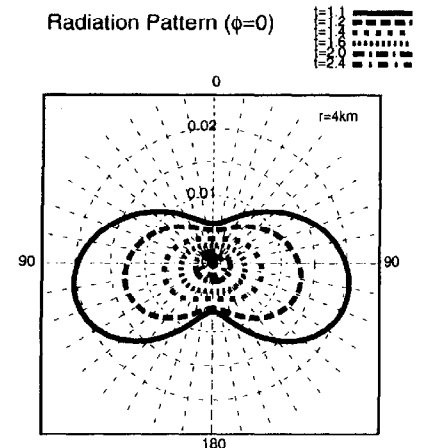


図6. 距離(4km)・時間を一定とし、震源からみた天頂角 θ_0 に関するエンベロープ振幅。半径が振幅の値を表す。時間 t を1.2-2.4まで変化させてプロットした。地表方向に向かってエネルギーが集中している。また、時間経過に従い、パターンが薄れていく。