液体を含む亀裂群による地震波の散乱：飽和度と周波数帯による分類

河原 純（茨城大学理学部地球生命環境科学科）
E-mail: joker@mito.ipc.ibaraki.ac.jp

Seismic Scattering by Cracks Containing Liquid: Classification by the Saturation and Frequency Ranges

Jun KAWAHARA
Department of Environmental Sciences, Ibaraki University

§1. はじめに

地殻が帯びる小規模でランダムな不均質性は、地殻内を伝播する地震波を散乱させ、減衰や分散、走時や波形の揺らぎ、コーダ波の発生等の主要因になっていると考えられている。地殻内部に多数存在する大小さまざまな亀裂はそのような不均質性の実体の候補の一つである。それゆえ、亀裂群によって地震波がどのように散乱されるかを理解することは、地殻の不均質構造を解明する上で重要である。そのためには、個々の亀裂の散乱特性（入射弾性波に対してどのような散乱波を生じるか）の適切な評価が鍵となる。

亀裂の散乱特性はその物理的イメージ（亀裂の形状や内部状態等）に依存する。地殻内の大量の水の存在は、Hudson (1981)やKawahara & Yamashita (1992)が想定した液体を含む亀裂の現実性を示唆する。本講演では、内部にNewton流体を含む厚さが一様な2次元亀裂で地殻亀裂をモデル化し、そのような亀裂がランダムに分布する領域内を伝播する地震波の散乱減衰と分散を解析的に評価することで、液体の存在が散乱に及ぼす影響を考察する。一口に液体を含むといっても、飽和が完全か否かによってその散乱特性は全く異なる。また液体が外力によって振動する時、その流動パターンが周波数帯によって異なることはよく知られている。そこで本講演では、液体を含む亀裂群による地震波の散乱の問題を飽和度と周波数帯によって分類する。

§2. モデルと境界条件

定式化にあたってはKawahara & Yamashitaらと同様、平均場近似を採用する。均質等方弾性体内の十分大きな領域にGriffith亀裂群が数密度 ν で一様・ランダムに分布すると仮定する。亀裂はすべて平行かつ同型で、長さ $2a$ ×厚さ ε の扁平な空洞（$\varepsilon << a$）とし、その内部中央の長さ $2b$ の部分を液体、残りを気体が占めるとする（図1）。液体の形状は気液境界面上の表面張力を復元力として保たれると仮定する。なお亀裂面の方向に X_1 軸をとるものとする。いま、この領域の外部から波数 k の単色平面波が入射するとして、領域内を伝わる波動 $\boldsymbol{u}$ を考える。ν が十分小さく（$\nu a^2 << 1$）、多重散乱の効果が無視できると仮定すると、$\boldsymbol{u}$ の統計平均値（期待値）$<\boldsymbol{u}>$ はいわゆるFoldy-Twersky積分方程式を満足する（Ishimaru, 1978）。同方程式を解くためには、亀裂面上の境界条件

$$\tau^{inc}_{j2} + \tau^{sca}_{j2} = F_j \qquad (1)$$

を解くことによって、亀裂面に沿って生じる変位不連続量 $\Delta\boldsymbol{u} = (\Delta u_1,\ \Delta u_2,\ \Delta u_3)$ を k の関数として求める必要がある。ここで $\tau^{inc}_{j2}, \tau^{sca}_{j2}$ は亀裂へ入射する $<\boldsymbol{u}>$ とその散乱波がそれぞれ亀裂面に及ぼす応力、F_j は Δu_j に対して働く抵抗である。ただし入射波が P, SV 波なら j=1,2, SH 波なら j=3 とする。(1)から $\Delta\boldsymbol{u}$ が数値的に求められれば $<\boldsymbol{u}>$ が評価され、その実効波数の虚部と実部から（散乱）減衰係数 Q^{-1} と位相速度 v が最終的に求められる。その詳細についてはKawahara & Yamashitaを参照されたい。F_j の具体的な関数形を以下で示す。

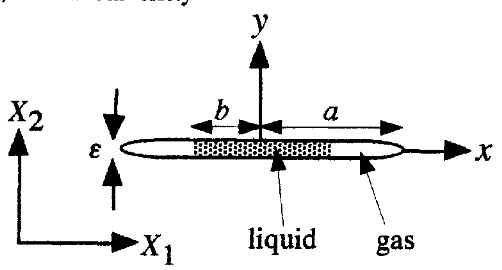

図1. 液体を含む亀裂のモデル。

§3. 飽和度による分類

まず、亀裂面に働く法線応力によって生じる開口変位 Δu_2 について考える。亀裂内部が完全に飽和されている（b/a=1）場合、Δu_2 の変化に対して液体は完全に弾性的に振る舞うと期待される。亀裂が十分薄ければ（$\varepsilon << a,\ \varepsilon << 1/k$）液体内の歪みは X_2 軸方向に一様と見なせる。この時（$|x| \leqq a$）、

$$F_2(x) = \gamma \mu a^{-1} \Delta u_2(x), \quad \gamma = K_f a/\mu\varepsilon \qquad (2)$$

ここで μ は亀裂を含む基質の剛性率、K_f は液体の体積弾性率である。一方、亀裂内部にわずかでも気体が含まれると（$0 < b/a < 1$）、Δu_2 の変化に伴い液体の横方向への流動が生じるので状況は大きく異なる。ここで $\Delta u_2 << \varepsilon << b$ であれば流動は X_1 軸方向の1次元振動流と

見なせる。Mavko & Nur (1979)によれば、この流れがΔu_2に及ぼす抵抗は一般に次式で与えられる（$|x|<b$）。

$$F^{fl}(x) = -K_f\left[1-\frac{\cosh Hx}{\cosh Hb}\right]\frac{\Delta u_2(x)}{\varepsilon}, \quad H=\frac{\omega}{c_f}\left[1-\frac{d\sqrt{2i}}{\varepsilon}\tanh\frac{\varepsilon}{d\sqrt{2i}}\right]^{-1/2} \tag{3}$$

ここで$\omega=k\beta$, βは基質のS波速度、$c_f=(K_f/\rho_f)^{1/2}$, ρ_fはそれぞれ液体の音波速度と密度、$d=(2\eta/\rho_f\omega)^{1/2}$は液体の粘性率 η に由来するいわゆる境界層の厚さである。常温常圧下の水の場合、通常の地震学的周波数帯域（0.1～100Hz）では d は1～0.1mm程度である。上記抵抗に加え、部分飽和の場合は表面張力が液体の運動を抑制する効果も無視できない。Miksis (1988)によれば、表面張力τ_{st}に起因する抵抗は次式で与えられる。

$$F^{st}(x) = \frac{\tau_{st}}{\varepsilon/6 + iC/\omega}\frac{2b}{\varepsilon^2}\Delta u_2(x) \tag{4}$$

ここでCは気・液・固の３相の組み合わせに応じて決まる定数で、速度の次元を持つ。$F_2=F^{fl}+F^{st}$が部分飽和の場合のΔu_2に対する全抵抗となる。

亀裂面に働く接線応力によって生じる剪断変位Δu_1に関しては、液体の流れが剪断的で体積変化を伴わないので、飽和が完全か否かは問題にならない。再び亀裂が十分に薄いとすれば、Δu_1に対する抵抗は以下の通りとなる（$|x|<b\leqq a$）（cf. Mavko & Nur, 1979）。

$$F_1(x) = -\frac{i\omega\eta}{d\sqrt{2i}}\coth\frac{\varepsilon}{d\sqrt{2i}}\Delta u_1(x) \tag{5}$$

§4.　周波数帯による分類

式(3)～(5)は一見複雑な周波数依存性を示すが、特定の周波数帯域では単純な形に帰着する。液体の圧縮性が無視できる場合（$\omega \ll c_f/b$）、$\varepsilon \ll d$（すなわち$\omega \ll 2\eta/\rho_f\varepsilon^2$）なら、

$$F^{fl}(x) = -6i\sigma^{fl}\mu k\left(1-\frac{x^2}{b^2}\right)\Delta u_2(x), \quad \sigma^{fl}=\frac{\beta\eta}{\mu\varepsilon}\frac{b^2}{\varepsilon^2} \tag{6}$$

これは液体のX_1軸方向のPoiseuille流に伴う粘性抵抗（$F^{fl}\propto\eta\,\partial\Delta u_2/\partial t=-i\omega\eta\Delta u_2$）である。また、$\varepsilon \gg d$（すなわち$2\eta/\rho_f\varepsilon^2 \ll \omega \ll c_f/b$）では

$$F^{fl}(x) = -\delta\mu(ka)^2\left(1-\frac{x^2}{b^2}\right)\Delta u_2(x), \quad \delta=\frac{\rho_f\beta^2}{2\mu}\frac{b^2}{\varepsilon a} \tag{7}$$

となる。この抵抗は専ら液体の慣性に由来する（$F^{fl}\propto\rho_f\,\partial^2\Delta u_2/\partial t^2=-\omega^2\rho_f\Delta u_2$）。一方、$\omega \gg c_f/b$ の場合には液体は弾性的に挙動する（$F^{fl}\propto\omega^0\Delta u_2$）。

$$F^{fl}(x) = -K_f[1-2e^{-Hb}\cosh Hx]\,\varepsilon^{-1}\Delta u_2(x) \sim K_f\varepsilon^{-1}\Delta u_2(x) \quad \text{at } x\sim 0 \tag{8}$$

同様にして、

$$\omega \ll \frac{C}{\varepsilon}:\ F^{st}(x) = -i\sigma^{st}\mu k\Delta u_2(x),\ \sigma^{st}=\frac{\beta\tau_{st}}{\mu C}\frac{2b}{\varepsilon^2} \tag{9}$$

$$\omega \gg \frac{C}{\varepsilon}:\ F^{st}(x) = \gamma^{st}\mu a^{-1}\Delta u_2(x),\ \gamma^{st}=\frac{12\tau_{st}ab}{\mu\varepsilon^3} \tag{10}$$

$$\varepsilon \ll d:\ F_1(x) = -i\sigma\mu k\Delta u_1(x),\ \sigma=\frac{\beta\eta}{\mu\varepsilon} \tag{11}$$

$$\varepsilon \gg d:\ F_1(x) = -\sqrt{i}\,\zeta\mu(ka)^{3/2}a^{-1}\Delta u_1(x),\ \zeta=\frac{b^{3/2}}{2\mu}\sqrt{\frac{\eta\rho_f}{a}} \tag{12}$$

(9)は粘性抵抗（$\propto -i\omega\Delta u_2$）、(10)は弾性抵抗（$\propto\omega^0\Delta u_2$）と同等の性格を持つ。(11)は$X_1$軸方向のCouette　流に伴う粘性抵抗である。これに対し、(12)は$F_1\propto[(-i\omega\eta)(-\omega^2\rho_f)]^{1/2}\Delta u_1$ の形をしており、粘性抵抗と慣性抵抗の中間的な性質を持つ。この場合、液体の運動は亀裂面近傍の境界層内に限定され、他のほとんどの部分は静止し続ける。

§5.　応用例

以上の結果を用いて、特定のパラメーター（亀裂の形状や液体の物性等）に対して散乱減衰等を計算することができる。詳細は本稿では省略するが、重要な結果の一つは、液体が水のような低粘性のものであっても、飽和が部分的でかつ亀裂が十分薄ければ（ε<mm～d）、F^{fl}, F^{st} はともに粘性抵抗の性格を持ち、かつそれらの値が非常に大きくなり得ること、及びその結果として亀裂の卓越散乱波長が無抵抗の場合に比べて数桁増加し得ることである。このことは、地震波のQ^{-1}が波長数km程度にピークを持つという観測事実（佐藤, 1991）に対し、波長よりはるかに小規模（例えば～cm）の小さい亀裂による散乱が寄与する可能性を示唆する。ちなみに $\varepsilon\geqq$ cmの場合は、液体による抵抗は一般に小さく、亀裂の規模と卓越散乱波長との大幅な食い違いは生じない。

今回は平行・同型亀裂群を仮定したが、この仮定をはずすことは容易である。また今回求めたF_jの関数形はMurai *et al.* (1995)がおこなったような波動シミュレーションへの適用も可能である。

文　献

Ishimaru, A., 1978, Academic Press, New York.
Hudson, J. A., 1981, Geophys. J. R. astr. Soc., **64**, 133-150.
Kawahara, J. & T. Yamashita, 1992, Pure Appl. Geophys., **139**, 121－144.
Mavko, G. M. & A. Nur, 1979, Geophysics, **44**, 161-178.
Miksis, M. J., 1988, J. Geophys. Res., **93**, 6624-6634.
Murai, Y., J. Kawahara & T. Yamashita, 1995, Geophys. J. Int., **122**, 925-937.
佐藤春夫, 1991, 地震2, **44**, 特集号85－97.