輸送方程式に基づく地震波エネルギーの時空間分布の評価

吉本和生（東北大学大学院理学研究科，yoshi@zisin.geophys.tohoku.ac.jp）

はじめに

地震波エンベロープの解析は地球内部構造の短波長の不均質性を明らかにする有力な手段である．同研究分野では，Single Back Scattering Model (Aki and Chouet[1], 1975)に始まって，絶えず精緻な散乱モデルの構築が行われてきた(e.g. Sato[2], 1977; Hoshiba[3], 1991; Zeng *et al.*[4], 1991)．近年では，理論地震波エンベロープをグリーン関数に使用した大地震の震源過程に関する研究分野も開拓されている(Nakahara *et al.*[5], 1998)．今後の地震波エンベロープの合成手法の開発（現実的な速度構造モデルの採用，散乱の角度依存性の再検証などを含む）においては，理論研究に基づく計算アルゴリズムの効率化と併せて，高性能の計算機を十分に活用した数値的な解法の開発が重要であると考えられる．

本発表では，輸送方程式に基づいた地震波エンベロープの数値的な評価手法を紹介する．同手法は分子気体力学などの研究分野で開発されたものである(e.g. Nanbu[6], 1980)．ここでは，地震波エンベロープの合成への適用について議論する．

輸送方程式とその解法

一様不均質媒質中における粒子の運動について考察する．散乱を起こしながら運動する粒子の時空間分布は以下の輸送方程式によって記述される．

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} + \vec{c}\cdot\nabla f = J f \qquad (1)$$

$f(\vec{\rho},\vec{c},\tau)$は分布関数であり，時間$\tau$に位置$\vec{\rho}$の単位体積要素中に含まれる速度$\vec{c}$をもった粒子の数に比例する量である．右辺の$J$は粒子の散乱を評価する非線型演算子である．式（1）の右辺をゼロとすれば，無散乱の粒子の運動をあらわすことになる．ここでは簡単のため，諸変数は規格化されているものとし，粒子の生成と消滅については考慮しない．

方程式を解くために時間τを離散化し，分布関数$f(\vec{\rho},\vec{c},\tau)$の時間発展を$\tau=0$から評価しよう．式（1）の左辺の第一項は次のように差分近似できる．

$$\left.\frac{\partial f}{\partial \tau}\right|_{\tau=0} \approx \Delta\tau^{-1}\left[f(\vec{\rho},\vec{c},\Delta\tau) - f(\vec{\rho},\vec{c},0)\right] \qquad (2)$$

したがって，式（1）は次のように書き直せる．

$$f(\vec{\rho},\vec{c},\Delta\tau) \approx (1-\Delta\tau D + \Delta\tau J)\, f(\vec{\rho},\vec{c},0) \qquad (3)$$

上式では$D \equiv \vec{c}\cdot\nabla$とした．時刻$\Delta\tau$における分布関数$f(\vec{\rho},\vec{c},\Delta\tau)$は演算子を介して$f(\vec{\rho},\vec{c},0)$と結び付けられている．さらに，$(\Delta\tau)^2$が十分に小さいと仮定すると，

$$f(\vec{\rho},\vec{c},\Delta\tau) \approx (1-\Delta\tau D)(1+\Delta\tau J)\, f(\vec{\rho},\vec{c},0) = (1-\Delta\tau D)\, f^*(\vec{\rho},\vec{c}) \qquad (4)$$

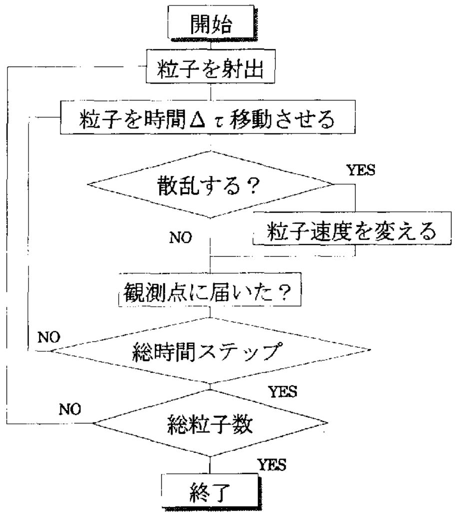
$$但し，\ f^*(\vec{\rho},\vec{c}) \equiv (1+\Delta\tau J)\, f(\vec{\rho},\vec{c},0) \qquad (5)$$

と近似的にあらわせる．ここで式（4）の第三項からは次式が導ける．

$$f(\vec{\rho},\vec{c},\Delta\tau) \quad = \quad f^{*}(\vec{\rho}-\vec{c}\cdot\Delta\tau,\vec{c}) \tag{6}$$

以上より，輸送方程式の時間発展を評価するには式（4）の計算を行えばよいことが分かる．ここで同式の演算を分割した式（5），（6）の物理的な意味について考察しよう．式（5）は粒子の速度が散乱によって変化する効果を，式（6）は時間$\Delta\tau$間の粒子の無散乱の移動をあらわしている．したがって$\Delta\tau$を十分に小さくとると，まず粒子は散乱によって進行方向（速度）を変え，その後に距離$c\Delta\tau$だけ移動すると見なしてよい．このような原理は，分離の原理と呼ばれている．$\Delta\tau$は1より十分小さくとる必要があるが，得られる解は実用的にはその大小に関してひじょうに鈍感である．数値計算においては，個々の粒子の散乱を$\Delta\tau$ステップ毎に乱数を用いて確率的に評価するとともに，粒子を移動させながらその位置変化を追跡すればよい．その後，多数のサンプルについての平均をとる（モンテカルロ法）ことで粒子の空間分布（期待値）を得ることが可能となる（図1）．

まとめ



上述の数値的な解析手法はアルゴリズムが単純であり，その応用がひじょうに容易である．具体的な長所としては，多重散乱が評価できる，複雑な速度構造モデルが採用できる，内部減衰の効果を考慮できる，境界条件の設定が簡単，などがあげられる．また，数値計算のためのメモリをほとんど必要としないため，パソコンを用いた解析も可能である．

図1．数値計算の手順をあらわすフローチャート．

参考文献

(1) Aki and Chouet, *J. Geophys. Res.*, 80, 3322-3342, 1975.
(2) Sato, *J. Phys. Earth*, 25, 27-41, 1977.
(3) Hoshiba, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 67, 123-136, 1991.
(4) Zeng, Su, and Aki, *J. Geophys. Res.*, 96, 607-619, 1991.
(5) Nakahara, Nishimura, Sato, and Ohtake, *J. Geophys. Res.*, 103, 855-867, 1998.
(6) Nanbu, *J. Phys. Soc. Japan*, 49, 2042-2049, 1980.