

エネルギー輸送理論に基づく高周波地震動エンベロープのモデル： 非球対称輻射・多重非等方散乱過程の定式化

渡辺和俊（弘前大理）[○]・佐藤春夫・大竹政和（東北大学大学院理学研究科）
(E-mail: wata@cc.hirosaki-u.ac.jp)

1. はじめに

近地地震に見られるコーダ波は、地殻中の不均質構造によって多重散乱された波がインコヒーレントに重ね合わされたものであると考えられている。このような過程のモデル化には、エネルギー輸送理論を用いたアプローチが有効であり、近年多くの研究が成されてきた。櫻井・他（1996）は、等方輻射・多重非等方散乱過程の解析解（Sato, 1996）に基づき、内部減衰と散乱減衰の分離を試みた。彼等の Multiple Lapse Time Window 解析の結果によると、等しい震源距離の地震について、最初のウィンドウのエネルギーは大きくばらついている。従って、S波着信の直後では、震源での輻射特性の影響を大きく受けていることが示唆される。このような観点から、Sato *et al.* (1996)は、実際に震源での輻射特性を考慮した多重等方散乱過程を定式化し、直達波近傍では輻射特性の影響が大きいものの、S波走時の2倍程度の時間が経過するとその影響が十分小さくなることを示した。しかしこの研究では、散乱の非等方性が考慮されていないという点で課題を残している。

以上の問題点を踏まえて、本研究では、実際のダブルカップル型震源からの輻射を考慮した全S波エンベロープの合成を目標とし、非球対称輻射・多重非等方散乱過程の定式化を行った。

2. 定式化

図1に示すような、3次元無限均質媒質中に、散乱体が一様ランダムに分布するような系を考える。座標 \bar{x} における、方位角 \mathbf{q} へのエネルギー密度分布（無次元）を $\bar{f}(\bar{x}, \bar{t}; \mathbf{q})$ とすると、基礎方程式は次のように書ける。本稿では、簡単のために内部減衰のない場合を考察するが、実際に内部減衰が存在するような系に対しても容易に拡張可能である。

$$\begin{aligned} \bar{f}(\bar{x}, \bar{t}; \mathbf{q}) = & \bar{G}(\bar{x}, \bar{t}; \mathbf{q}) \Psi(\theta, \phi) \\ & + 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\phi} \bar{G}(\bar{x} - \bar{x}', \bar{t} - \bar{t}'; \mathbf{q}) \bar{g}(\psi) \\ & \times \bar{f}(\bar{x}', \bar{t}'; \mathbf{q}') d\bar{x}' d\bar{t}' d\Omega(\mathbf{q}') \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、無次元化の操作については、Sato *et al.* (1996) に従った。この式において、 $\bar{G}(\bar{x}, \bar{t}; \mathbf{q})$ は方位依存性を持つグリーン関数である。

$$\bar{G}(\bar{x}, \bar{t}; \mathbf{q}) = \begin{cases} \frac{e^{-\bar{t}}}{4\pi r} \delta(\bar{t} - r) \delta_{\Omega}(\mathbf{q}; \mathbf{x}) & \text{for } \bar{t} \geq 0 \\ 0 & \text{for } \bar{t} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $\delta_{\Omega}(\mathbf{q}; \mathbf{x})$ は立体角上のデルタ関数であり、 \bar{f} の立体角積分がエネルギー密度 \bar{E} を与える。

$$\bar{E}(\bar{x}, \bar{t}) = \oint \bar{f}(\bar{x}, \bar{t}; \mathbf{q}) d\Omega(\mathbf{q}) \quad (3)$$

また、上の式において $\bar{g}(\psi)$ は非等方散乱係数、 $\Psi(\theta, \phi)$ は震源での輻射特性を表わす関数であり、次のように規格化されているものとする。

$$\oint \Psi(\theta, \phi) d\Omega = 4\pi \quad (4)$$

基礎方程式(1)を，時間についてラプラス変換，空間についてフーリエ変換，立体角について球面調和関数分解すると，最終的に次のような連立一次方程式系に書き下すことができる。

$$\begin{aligned} \overline{\overline{f}}_{l m, l_1 m_1}(k, s) = & (-i)^{l_1-l} \overline{\overline{G}}_{l_1}(k, s) \sum_{l_2=0}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} (Y_{l_1 m_1})_{l_2 m_2}^{l m} \Psi_{l m} \\ & + 4\pi \sum_{l_2=0}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} \sum_{l_3=0}^{\infty} \sum_{m_3=-l_3}^{l_3} \sum_{l_4=0}^{\infty} \sum_{m_4=-l_4}^{l_4} \sqrt{\frac{4\pi}{2l_2+1}} (-i)^{l_2+l_3-l} \overline{g}_l \\ & \times (Y_{l_3 m_3})_{l_2 m_2}^{l m} \left\{ (Y_{l_3 m_3})_{l_4 m_4}^{l_1 m_1} \right\}^* \overline{\overline{G}}_{l_3}(k, s) \overline{\overline{f}}_{l_2 m_2, l_4 m_4}(k, s) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $\overline{\overline{G}}_l$ はフーリエ・ラプラス変換・球面調和関数展開を行ったグリーン関数であり (Sato, 1995)，ガウスの超幾何級数を用いて次のように書ける。

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}}(k, s) = & \int_0^{\infty} j_l(k \bar{r}) e^{-(s+1)\bar{r}} d\bar{r} \\ = & \frac{l}{k} \left(\frac{k}{2(s+l)} \right)^{l+1} \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(l+1)}{\Gamma(l+3/2)} {}_2F_1 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+2}{2}, l+\frac{3}{2}, -\left(\frac{k}{s+1} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$\overline{\overline{f}}$ は， \overline{f} に対して，次に示すように時間についてラプラス変換，空間についてフーリエ変換，更に実空間および波数空間で球面調和関数分解を施したものである。

$$\begin{aligned} \overline{\overline{f}}_{l m, l' m'}(k, s) = & i^l \oint d\Omega_k Y_{l' m'}(\theta_q, \phi_q) \oint d\Omega_q Y_{l m}^*(\theta_q, \phi_q) \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\mathbf{x}} e^{-i\bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{x}}} \int_0^{\infty} dt e^{-st} \overline{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{t}; \mathbf{q}) \end{aligned} \quad (7)$$

この式において，添字 k 及び q は，それぞれ波数ベクトル k 及び q に対応している。 $(Y_{l' m'})_{l' m'}$ はWignerの3- j 記号であり，具体的に次のように書ける。

$$(Y_{l' m'})_{l' m'}^{l m} = \oint d\Omega Y_{l m}^*(\theta, \phi) Y_{l' m'}(\theta, \phi) Y_{l' m'}(\theta, \phi) \quad (8)$$

また， \overline{g}_l 及び $\Psi_{l m}$ は，それぞれ非等方散乱係数，輻射特性の球面調和関数展開項である。

$$\overline{g}(\psi) = \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l \overline{g}_l Y_{l 0}(\psi, 0) \quad (9)$$

$$\Psi(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \Psi_{l m} Y_{l m}(\theta, \phi) \quad (10)$$

上に示した連立一次方程式(5)の解を用いて，最終的にエネルギー密度関数は次のように書ける。

$$\overline{E}(\bar{r}, \bar{t}) = \sqrt{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l i^l Y_{l m}^*(\theta, \phi) \overline{E}_{l m}(\bar{r}, \bar{t}) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{lm}(\bar{r}, \bar{t}) = & \frac{1}{(2\pi)^2 r} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega \bar{t}} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-ik \bar{r}} \\ & \times \left[\frac{ik}{2\pi} w_l(-k \bar{r}) \right] \bar{f}_{00,lm}(-k, -i\omega) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 w_l はベッセル関数の主要項を成す多項式である（数学公式，岩波書店）。

$$w_l(z) = \sum_{r=0}^l \frac{i^{r-l} (l+r)!}{r! (l-r)! (2z)^r} \quad (13)$$

この系は全エネルギーが保存される系であることが示される。そして、これまでに定式化された等方輻射・多重等方散乱過程（Zeng *et al.*, 1991），等方輻射・多重非等方散乱過程（Sato, 1995），さらに非等方輻射・多重等方散乱過程（Sato *et al.*, 1996）のそれぞれを特殊解として含んでいる。

3. 簡単なシミュレーション結果

実際のダブルカップル型の震源は、(10)式の展開項として、 $(l, m) = (0, 0), (2, 0), (4, 0), (4, 4), (4, -4)$ 5つのモードの和として表現できる（Sato *et al.*, 1996）。しかしこの場合、非等方散乱係数として図2のような1パラメーターモデルを仮定したとしても、(5)の連立一次方程式はおよそ30行×30列程度の大きさとなり、大規模な計算量となってしまう。そこで、まず問題を簡単にするために、図3に示すようなエネルギー輻射に対して計算を行うことを試みている。これはtensile型のクラックなどを念頭に置いたものであるが、この場合は(0, 0)と(2, 0)だけで輻射パターンを表現でき、連立一次方程式も10行×10列程度の大きさで済む。図4は(0, 0)と(2, 0)の2つのエネルギー放射モードに対し、図2における $\bar{g}_1 = 0.04$ の場合を仮定し、一次散乱項を計算したものである。このように、エネルギー放射のモードによって、エンベロープの時間変化が異なることがわかる。今後、より完全な形でのシミュレーションを行っていく予定である。

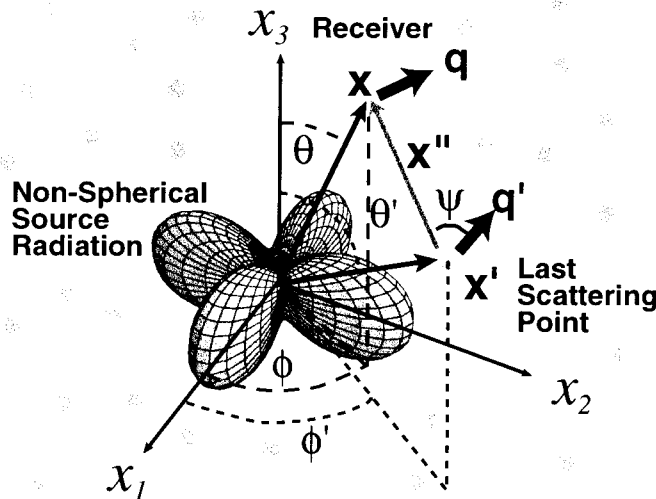


図1. 震源における非球対称輻射とモデルの座標系

Non-Isotropic Scattering Pattern

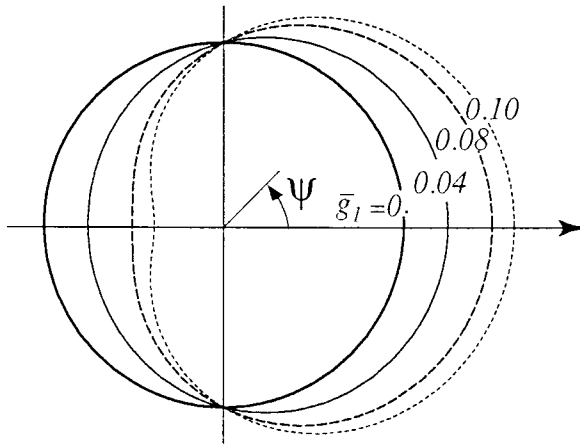


図2. 非等方散乱係数の1パラメータモデル.

Assumed Source Model

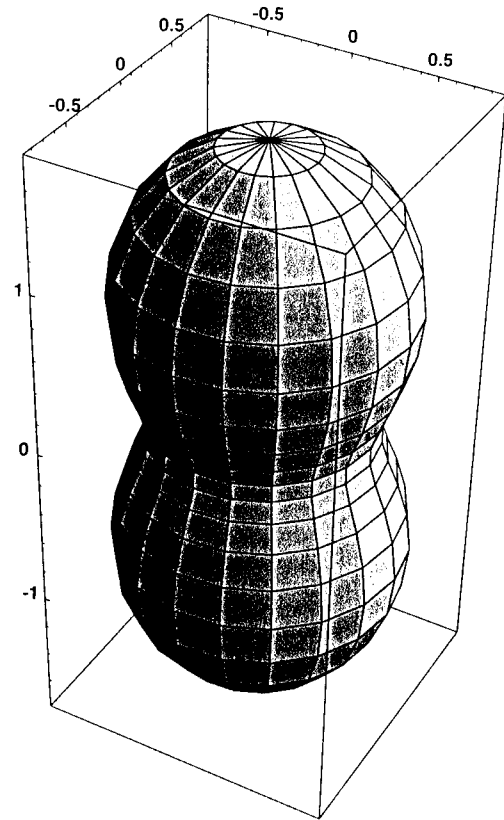


図3. 0次と2次の足しあわせで表現した輻射パターンの例.

Single Scattering

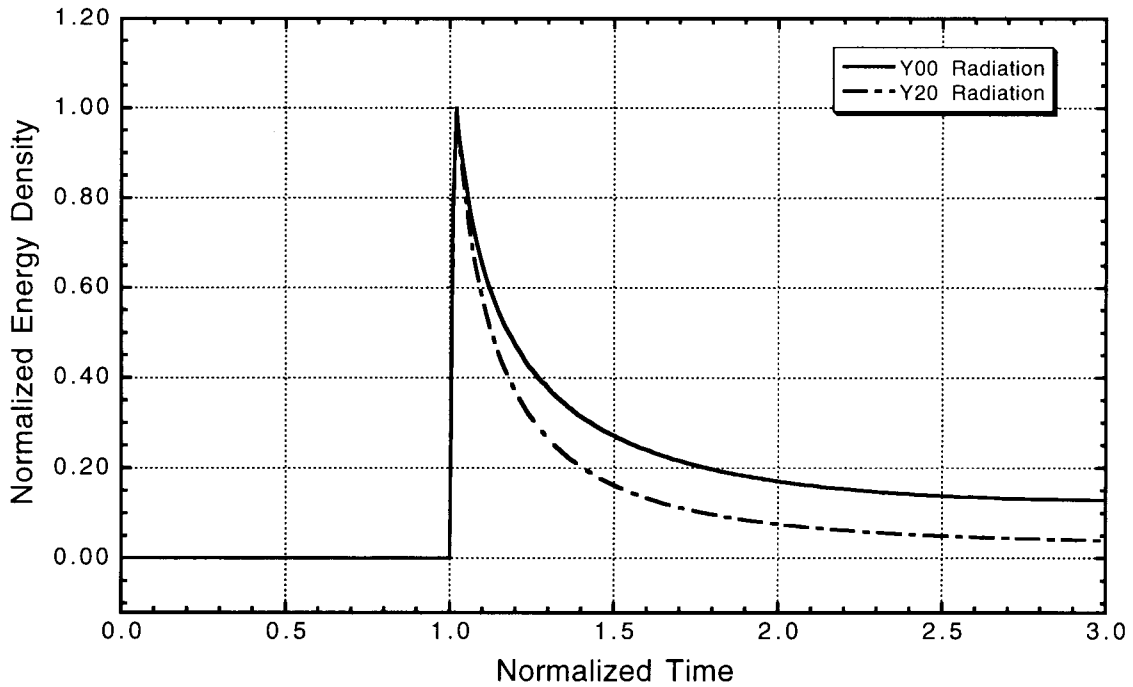


図4. 一次散乱項のシミュレーション結果.