

# 異方性不均質媒質中における弾性波の散乱

吉本 和生

東北大学大学院 理学研究科

〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉

E-mail: yoshi@zisin.geophys.tohoku.ac.jp

## 1. はじめに

地殻構造の短波長の不均質性は、その連続性が水平方向と鉛直方向で異なると考えられている。このような媒質中においては、波線経路ごとに地震波の伝播特性の評価が必要である。本報告では、異方性不均質媒質中における弾性波の散乱特性をボルン近似 [例えば、Aki and Richards(1980), Sato(1984)] を用いて調べるとともに、散乱減衰の大きさとその周波数依存性を定量的に評価する。

## 2. 定式化

図1に示すように、局在する異方性不均質性（概念図）を想定し、入射平面波の散乱を考える。不均質性のスケールは弾性波の波長と同程度である。弾性係数の揺らぎには、次のような関係 [Birch(1961)] が成り立つものとする。

$$\xi(\mathbf{x}) \equiv \frac{\delta\alpha(\mathbf{x})}{\alpha_0} = \frac{\delta\beta(\mathbf{x})}{\beta_0} = \nu^{-1} \frac{\delta\rho(\mathbf{x})}{\rho_0}$$

$\alpha$ と $\beta$ はP波及びS波の弾性波速度、 $\rho$ は密度を示し、添字0は空間的な平均値、記号 $\delta$ は位置 $\mathbf{x}$ における揺らぎの大きさを表す。 $\nu$ は比例定数である。ここで、 $\xi(\mathbf{x})$ は1より十分小さいとする。以下では、ガウス型の自己相関関数

$$\varepsilon^2 \exp\left\{-\left(\frac{u_x^2}{a_x^2} + \frac{u_y^2}{a_y^2} + \frac{u_z^2}{a_z^2}\right)\right\}$$

で表現される不均質性を対象とする。 $\varepsilon^2$ は揺らぎの分散、 $a_x$ 及び $u_x$ などは座標軸各方向への相関距離とラグ距離である。簡単のため、異方性は $a_x = a_y = \chi^{-1}a_z (\equiv a)$ とする。

任意の入射角 $\Psi$ （図1参照）に対する散乱振幅の二乗アンサンブル平均（以下、散乱振幅とよぶ）は、不均質領域における揺らぎのパワースペクトル密度関数、すなわち自己相関関数のフーリエ変換を用いて解析的に評価できる。例えば、単位体積の不均質性によるPP散乱振幅は次のように表せる。

$$\langle |F_{PP}(\Psi, \psi|\omega)|^2 \rangle / L^3 \propto \omega^4 E_{PP}^2 P_{PP}$$

$\omega$ は角周波数、 $L^3$ は不均質領域の体積、 $P_{PP}$ は揺らぎのパワースペクトル密度関数である。 $E_{PP}^2$ は散乱の角度依存性を表す項であるが、異方性の特徴には依存しない。したがって、散乱における異方性の影響の評価は $P_{PP}$ に着目すればよい。

散乱減衰の大きさは、散乱振幅を立体角について積分することで求められる。具体的に、P波の散乱減衰をあらわす $Q_P^{-1}$ については次式を用いて評価できる。

$$Q_P^{-1}(\omega) = \frac{\alpha_0}{\omega} \oint \left\{ \left[ \langle |F_{PP}(\Psi|\omega)|^2 \rangle + \frac{\beta_0}{\alpha_0} \langle |F_{PS}(\Psi|\omega)|^2 \rangle \right] / L^3 \right\} d\Omega$$

$\langle |F_{PS}(\Psi|\omega)|^2 \rangle$ はPS散乱振幅である。PP前方散乱波は減衰に寄与しないと考えられるため、散乱振幅の算出においては走時の揺らぎの補正を行い、補正角は29°に設定した。

### 3. 結果と考察

以下の計算では、 $\varepsilon = 0.1$ ,  $a = 0.5\text{km}$ ,  $\alpha_0 = \sqrt{3}\beta_0 = 6.0\text{km/s}$ ,  $\rho_0 = 2700\text{kg/m}^3$ ,  $\nu = 0.8$ を使用する。  $P_{PP}$ の $\Psi$ 及び $\psi$ 依存性を図2に示す。  $\chi = 0.5$ ,  $\omega = 12$ とした。 この場合、  $P_{PP}$ の $\psi$ 依存性は $\Psi$ の値によって大きく変化する。 後方散乱の強度は $\Psi$ の増大とともに小さくなる。  $\omega^4 P_{PP}$ の値を $\chi$ の関数として図3に表す。 この図より、 散乱振幅の大きさが $\chi$ に複雑に依存することが分かる。 P波の散乱減衰の強度をあらわす $Q_P^{-1}$ の $\Psi$ 依存性を図4に示す。 減衰にはP P散乱とP S散乱が寄与している。  $Q_P^{-1}$ は低周波数領域においては、  $\omega^3$ に比例し、  $\Psi$ に依らない。 しかるに、  $\Psi$ 依存性は周波数の増大とともに現れはじめ、 入射波の波長と不均質性のスケールが同程度になると顕著になる。 S波の散乱減衰についても同様に評価が可能であり、 P波のそれと類似した特徴を示す。

#### 参考文献

- Aki, K. and P.G. Richards, 1980, Quantitative Seismology Vol.2, W.H. Freeman and Co., San Francisco.
- Birch, F., 1961, The velocity of compressional waves in rocks to 10 kb. Part 2, J. Geophys. Res., **66**, 2199-2224.
- Sato, H., 1984, Attenuation and envelope formation of three-component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere, J. Geophys. Res., **89**, 1221-1241.

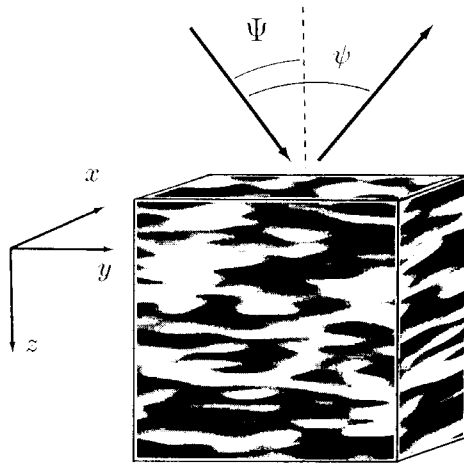


図1. 局所的な不均質性による入射平面波の散乱。

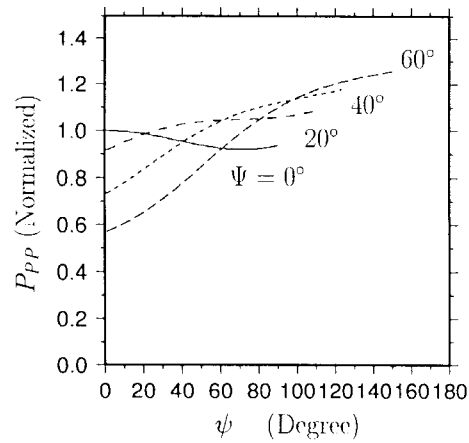


図2.  $P_{PP}$ の $\Psi$ 及び $\psi$ 依存性。

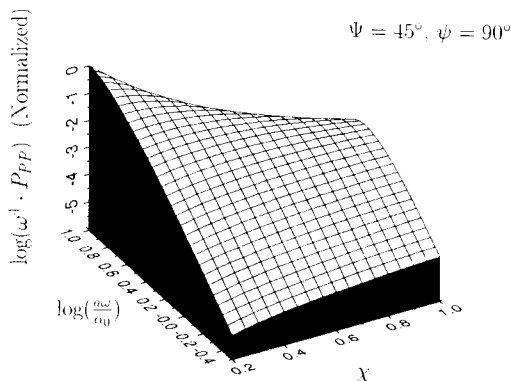


図3.  $\omega^4 P_{PP}$ の $\chi$ 依存性。

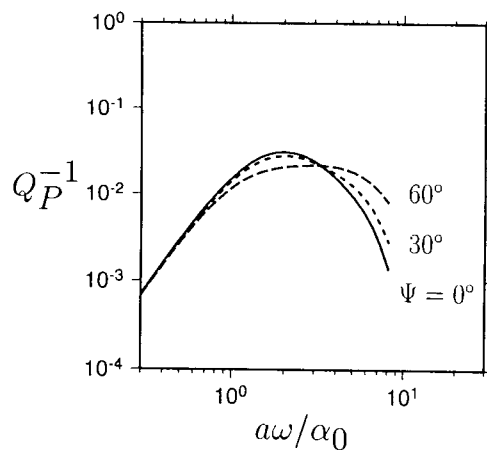


図4.  $Q_P^{-1}$ の $\Psi$ 依存性。  $\chi = 0.5$ 。