

北原道弘

東海大学海洋学部

e-mail: kitahara@scc.u-tokai.ac.jp

1. 概要

弾性体内に存在するクラックによる散乱断面積はクラックの分布形態を介して散乱減衰と関係しており、これら三つの物理量の間には存在する関係式を書き下すことは可能である。クラックが多重散乱効果を見做できる程度に疎 (dilute) に分布している場合、基本的には一個のクラックによる散乱断面積を効率よく計算できる手法が確立されておれば、この散乱断面積及び計算過程はクラックの分布密度を仮定して散乱による減衰率を推定する場合、或いは逆に、散乱減衰率を与えてクラックの分布密度を推定する場合などに利用できると思われる。

一般論としては、散乱断面積の計算はクラックを含む閉曲面上の全ての点における変位と応力場を要す。この場合、数値解析的観点からは散乱断面積の解析精度は原則応力場の精度に支配される。一方、弾性版光学定理によれば、クラック前遠方の一点における散乱振幅だけから散乱断面積の計算が可能であり、この場合、一点と言う意味で迅速かつ変位レベルの精度保証をもって散乱断面積の計算が可能となる。ただし、弾性版光学定理の最終表現式は変位と応力場の閉曲面上の積分を最急降下法的近似によって評価して導いたものであるから、弾性版光学定理を利用するに当たっては、弾性版光学定理自身の精度確認を行っておく必要があると思われる。

2. 結果

以下、3次元弾性体内に存在する円形平面クラックについて散乱断面積の計算結果を要約し、弾性版光学定理の精度確認を行った結果を示す。

先ず定義に基づいて弾性散乱断面積 P を計算するには、微分断面積 $dP/d\Omega$ を次のように求めておくのが便利である。

$$\frac{dP}{d\Omega} = |\mathbf{A}^L|^2 + \frac{k_L}{k_T} (|\mathbf{A}^T|^2 + |\mathbf{A}^H|^2) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{A}^{L,T,H}$ は縦波 (L) と横波 (T, H) の散乱振幅であり、これら散乱振幅は境界要素法と遠方散乱場の積分表現を利用して決定できる。散乱断面積は微分断面積の立体角 $d\Omega$ に関する積分として評価できる。

図1は半径 a の円形クラックに対して $\mathbf{p} = (\sin 30^\circ, \cos 30^\circ, 0)$ 方向に平面縦波が入射する場合の微分断面積 $dP/d\Omega$ の分布を $x_1 - x_2$ 面内について図示したものである。卓越方向はスペキュラーな方向 (鏡の反射方向) と言えるが、低周波域の基本は四つ葉型の散乱放射パターンである。図2はクラックの面積で無次元化した散乱断面積 $P/\pi a^2$ をクラックの半径で無次元化した横波の波数 ak_T に対して図示したものである。図中の実線で結んだ黒丸が数値解析結果、白抜き四角が Krenk & Schmidt (Phil. Trans. R. Soc. Lond., 1982) による結果である。図3は散乱断面積 (黒丸) に対する縦波成分 (白抜き四角) と2つの横波成分 (白丸と白三角) の寄与を説明しており、散乱横波成分 (P^T) からの寄与も大きいことがわかる。

弾性版光学定理によれば、平面縦波が \mathbf{p} 方向に伝播している場合、散乱断面積はクラック前遠方の縦波の散乱振幅 $\mathbf{A}^L(\mathbf{p})$ により次のように計算できる。

$$P(\omega) = \frac{4\pi}{k_L} \text{Im}[\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}^L(\mathbf{p})] \quad (2)$$

表 1 は $ak_T = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ の場合に対し、定義と弾性版光学定理に基づいて散乱断面積を計算した結果を比較したものである。弾性版光学定理の表現 (2) は近似的に積分を評価した結果であるという意味においては散乱断面積の近似表現と言えるが、これを利用した計算結果は定義に基づいた計算結果と実質上同等な結果を与えることがわかる。

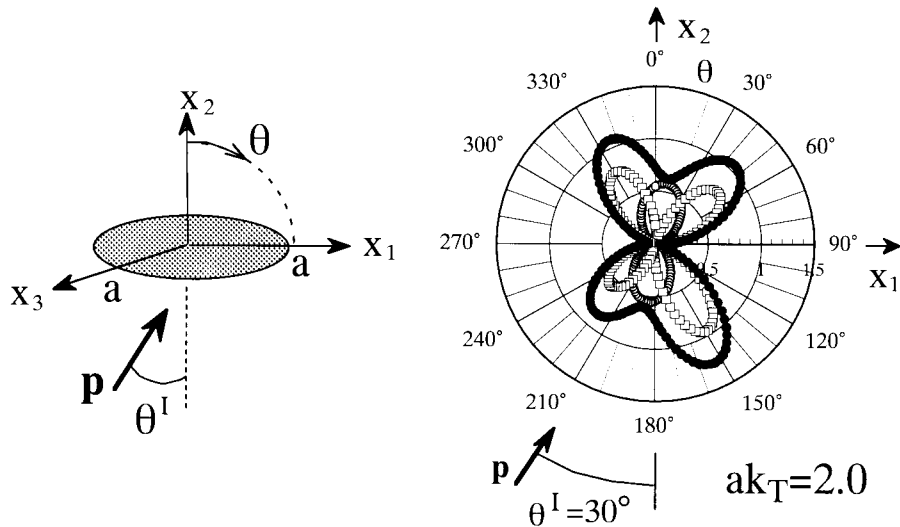


図 1 微分断面積 $dP/d\Omega$ の分布 (黒丸: $dP/d\Omega (= |\mathbf{A}^L|^2 + (k_L/k_T)(|\mathbf{A}^T|^2 + |\mathbf{A}^H|^2))$, 白丸: $|\mathbf{A}^L|^2$, 白四角: $(k_L/k_T)|\mathbf{A}^T|^2$, 成分 $(k_L/k_T)|\mathbf{A}^H|^2$ はこの場合非常に小さい。)

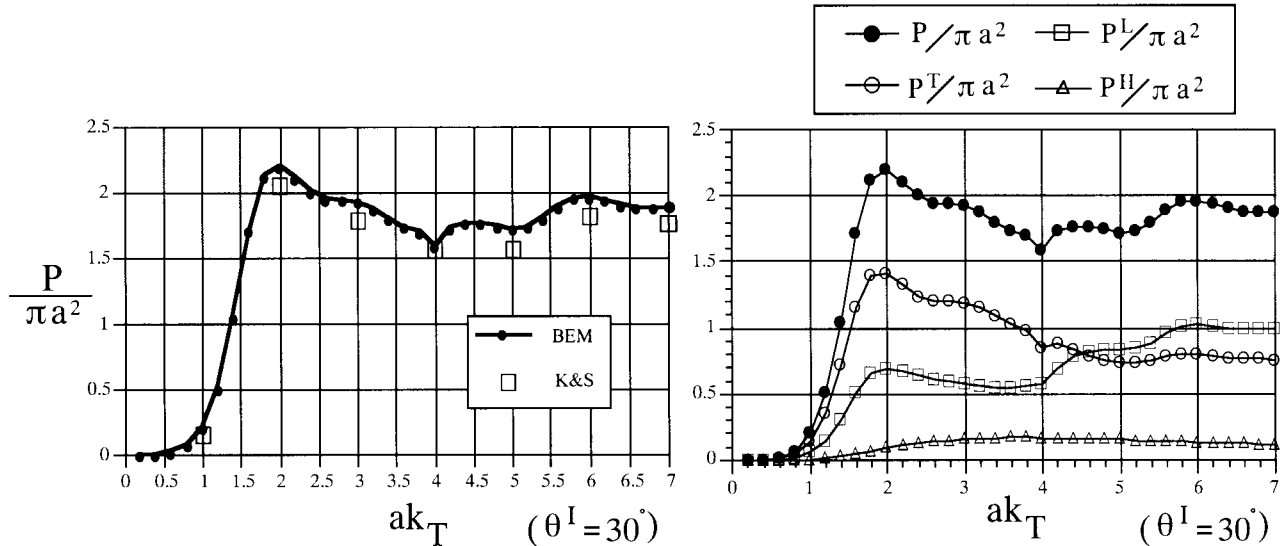


図 2 散乱断面積 $P/\pi a^2$

図 3 縦波成分 (P^L) と横波成分 (P^T, P^H)

表 1 定義と弾性版光学定理による散乱断面積の比較 (入射角 $\theta^I = 30^\circ$)

ak_T	$P/\pi a^2$		ak_T	$P/\pi a^2$	
	Def.	Optical Th.		Def.	Optical Th.
1.0	0.204	0.204	4.0	1.588	1.665
2.0	2.195	2.188	5.0	1.721	1.699
3.0	1.922	1.906	6.0	1.959	1.946

3. 課題

どの程度クラックが離れて (疎に) 分布すれば多重散乱効果が工学上無視できるかという問題 (あるいはこの逆の問題) は本概要の主題ではないが重要課題として残っている。