

べき乗型スペクトルを持つランダム媒質における波動伝播：
輻射伝達理論とマルコフ近似理論の融合

東北大学・理 佐藤春夫・江本賢太郎

微小地震の観測から、短周期の S 波は伝播距離の増加と共にその見かけ継続時間が大きくなり、その後ろには長い継続時間をもつコーダ波を伴うことが知られている。一方、速度検層データはランダム不均質構造がべき乗型スペクトルを持つことを示している。本稿では、ランダムな速度ゆらぎの数理的モデルとして伝播速度 V_0 、パラメータ (ϵ, a, κ) で特徴付けられるフォンカルマン型ランダム媒質を考え、中心波数 k_c のスカラー波束の伝播を考察する。条件 $\epsilon^2 a^2 k_c^2 \ll 1$ を満たす場合には、位相ずれが小さいために Born 近似を用いた輻射伝達方程式を用いて波動強度（自乗平均振幅）の時間変化を導出できることが知られている。一方、中心波数 k_c がコーナー波数 a^{-1} より高いべき乗型スペクトル領域にあって上記条件を満たさない場合、放物近似に基づく Markov 近似を用いることで直達波近傍の波動強度を計算することができる。特にスペクトル勾配が緩い場合には広角度散乱が強くなりコーダ波が励起されると考えられるが、従来の方法ではコーダ波を含めた波動強度の時間変化を統一的に説明することができない。本研究では、初動着信からピーク値を超えてコーダに至るまでの波動強度を計算する次のような方法を提案する（図 1）。(1) ランダムな速度ゆらぎのパワースペクトル密度を k_c にコーナーを持つフォンカルマン型の高波数（短波長）成分 $P_S(\epsilon_S, a_S, \kappa)$ と低波数（長波長）成分 P_L とに分解する。ここで ζ は調節因子である。(2) 速度ゆらぎの短波長成分にボルン近似を適用して散乱係数を求め、これを伝播速度一定の輻射伝達方程式に用いてモンテカルロ法で波動強度の時間変化を計算する。(3) Markov 近似法によって速度ゆらぎの長波長ランダム成分による継続時間幅の拡大と最大値の着信遅延効果を計算する。(4) これらを伝播速度の揺らぎと解釈し、(2) で求めた短波長成分に起因する散乱を考慮した波動強度に時間領域でたたみ込むとグリーン関数が得られる。計算に用いるパラメータはランダム媒質の ϵ, a, κ, V_0 、中心波数 k_c 、及び調節因子 ζ であり、これによって速度揺らぎの全スペクトルを反映した波束強度の理論計算が完結する。例として、 $V_0=4\text{km/s}$ 、 $\epsilon=0.05$ 、 $a=5\text{km}$ 、 $\kappa=0.1\sim 1$ で与えられるランダム媒質において 3Hz の Ricker 波が点震源から球対称に放射される場合を考察し、上記理論計算と差分計算との比較を行った（図 2）。その結果、初動から最大値を経てコーダ波の前半に至るまでの範囲で、両者は良く一致することが確かめられた (GJI, 2017, 211, 512-527)。

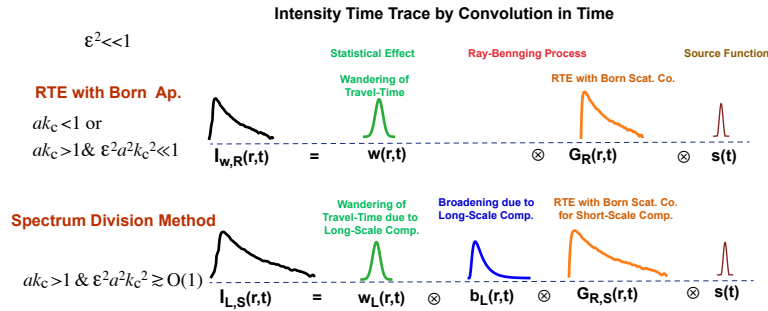


図 1. 波動強度のシミュレーションの構成図。

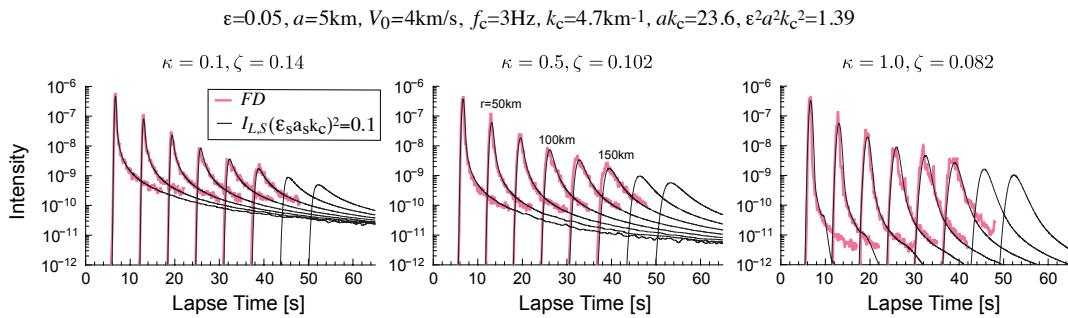


図 2. 波動強度の時間変化。差分法(赤点線)とシミュレーション結果(黒細線)の比較。