

コーダ波のベクトル感度カーネルの定式化：2次元1次等方散乱の場合

中原 恒・江本賢太郎（東北大・理）

1. はじめに 地震波干渉法やコーダ波干渉法に基づき、地震や火山噴火などに伴う地下の地震波速度変化の空間分布を調べるには、感度カーネルを考慮したトモグラフィーを行う必要がある。コーダ波が卓越する短周期帯域においては、感度カーネルの計算は地震波散乱モデルに基づいて行われ、1次等方散乱モデルに基づいたもの (Pacheco and Snieder, 2006; Nakahara and Emoto, 2016), 拡散モデルに基づいたもの (Pacheco and Snieder, 2005), 多重散乱まで考慮した輻射伝達理論に基づいたもの (前田, 2007; Obermann et al., 2013) などがこれまでに提案されている。しかし、これまでの定式化はすべてスカラー波の枠組みに基づいており、ベクトル波である地震波の異なる成分の取り扱いが理論的には明らかではない。そこで、本研究では、ベクトル波に対する感度カーネル (ベクトル感度カーネル) の定式化を開始した。その第1弾として、2次元1次等方散乱モデルと波線近似に基づき、弾性波への拡張に成功したので、その結果について報告する。

2. 感度カーネルの導出 得られた観測記録について、震源経過時刻 t におけるコーダ波の波群の到達時刻が δt だけ変化した場合、その到達時刻の変化とある場所のスローネス (地震波速度の逆数) 変化率 $\delta S(\mathbf{x})$ とを、感度カーネルを介して関係づけることができる (たとえば, Pacheco and Snieder, 2006)。これを成分 c ごとに定義すると、

$$\langle \delta t_c \rangle(t) = \int_V K_c(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, \mathbf{x}, t) \delta S(\mathbf{x}) dA(\mathbf{x}) = - \int_V K_c(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, \mathbf{x}, t) \frac{\delta v(\mathbf{x})}{v(\mathbf{x})^2} dA(\mathbf{x}) \quad (1)$$

となる。ここで、 $\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g$ は震源と観測点の位置、 $\mathbf{x} = (x, y, z)$ は地震波速度が変化した場所である。

感度カーネルは、震源経過時刻 t に到達するコーダ波のすべての波群のうち、地震波速度が変化した領域を通過する波群の寄与の割合を表すものと解釈できる。各波群の重みはエネルギー密度 w_c で表されるので、次のように記述できる。

$$\langle \delta t_c \rangle(t) = \frac{\int_A dA(\mathbf{x}) \{ \delta t_s(\mathbf{x}) + \delta t_g(\mathbf{x}) \} w_c(\mathbf{x}, t)}{\int_A dA(\mathbf{x}) w_c(\mathbf{x}, t)} \quad (2)$$

$\delta t_s, \delta t_g$ はそれぞれ、震源から散乱体までの間と、散乱体から観測点までの間に速度変化域を通過する波群の到達時刻の変化を表す。本研究では2次元問題を扱い、エネルギー密度の計算にはスカラー波の等方1次散乱モデル (Kopnichev, 1977) を用いて計算する。ただし、スカラー波に対する感度カーネルの計算はすでに Pacheco and Snieder (2006) により行われている。これに対して、本研究ではベクトル波への拡張を行う点が新しい。ここでの拡張のポイントは、ベクトル波の成分への分解を行う際には、エネルギー粒子の波線と振動方向を考え、振動方向を水平成分と鉛直成分に分解するというものである。例えば、P波のエネルギー粒子の場合、振動方向は波線 (進行方向) と一致し、そのエネルギーを振動方向の方向余弦の2乗を用いて水平成分と鉛直成分に分配する。S波の場合は、振動方向は波線に直交するとして、同じく振動方向の方向余弦の2乗を用いて水平成分と鉛直成分に分配する。このような考え方を用いると、P波かS波のどちらか一つだけしか扱えないという制約はあるものの、従来のスカラー波の等方1次散乱モデルを少し拡張するだけで、感度カーネルを成分ごとに解析的に導出できることが分かった。以下に示すのはP波に対する x (水平) 成分と y (鉛直) 成分の感度カーネルである。

$$K_x^P(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, \mathbf{x}, t) = \frac{\sqrt{\left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - 1}}{2\pi h \left(\frac{v_0 t}{2h}\right) \left\{ \left(\frac{v_0 t}{2h}\right) - \sqrt{\left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - 1} \right\} \left\{ \left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - 1 \right\}} \times \left(\frac{\left(1 - \frac{x_{bs}}{h}\right)^2 \frac{r_s}{s}}{\left[\left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - \left(\frac{2x_{bs}}{v_0 t}\right)^2 \right]} + \frac{\left(1 - \frac{x_{bg}}{h}\right)^2 \frac{r_g}{g}}{\left[\left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - \left(\frac{2x_{bg}}{v_0 t}\right)^2 \right]} \right) \quad (3)$$

$$K_y^P(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g, \mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi h \left\{ \left(\frac{v_0 t}{2h}\right) - \sqrt{\left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - 1} \right\} \left\{ \left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - 1 \right\}} \times \left(\frac{\left(\frac{y_{bs}}{h}\right)^2 \frac{r_s}{s}}{\left[\left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - \left(\frac{2x_{bs}}{v_0 t}\right)^2 \right]} + \frac{\left(\frac{y_{bg}}{h}\right)^2 \frac{r_g}{g}}{\left[\left(\frac{v_0 t}{2h}\right)^2 - \left(\frac{2x_{bg}}{v_0 t}\right)^2 \right]} \right) \quad (4)$$

ここで、 h は震源—観測点間距離の半分、 v_0 は背景媒質の地震波速度である。また、 r_s, r_g, s, g は図1に示すように定義される。この表現には散乱の強さを表すパラメタは陽には入っていない。この式に基づき具体的な計算を行った。 $h=1000\text{m}$, $t=0.5\text{s}$, $v_0=6000\text{m/s}$ として計算した結果を図2に示す。感度カーネルは、散乱シェル内で値をもち、特に震源と観測点付近に鋭いピークをもつ。これは、波動振幅の幾何減衰と、波動は震源と観測点とを必ず通過しなければならないという幾何学的制約とによるためと考えられる。また、感度カーネルがゼロになるような経路が存在し、それらの経路は水平成分と上下成分で異なることが分かった。このような性質は従来のスカラー波の枠組みでは扱えなかったことで、本研究によるベクトル波への拡張による新しい成果である。

3. まとめ 本研究では、2次元1次等方散乱モデルに基づき、ベクトル波の感度カーネルを新たに導出した。その結果、スカラー波の感度カーネルとは異なるベクトル波の感度カーネルの特徴が明らかになった。今回導出したカーネルは解析的に表現できるメリットを有する。現在、差分法による数値計算波形を用いて、結果の検証を進めている。今回の定式化は一つの波のモードの卓越を仮定した簡単なものであるが、数値計算結果をよく説明できそうである。

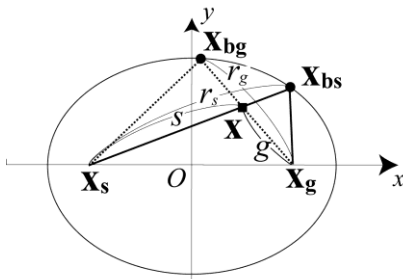


図1. 空間配置.

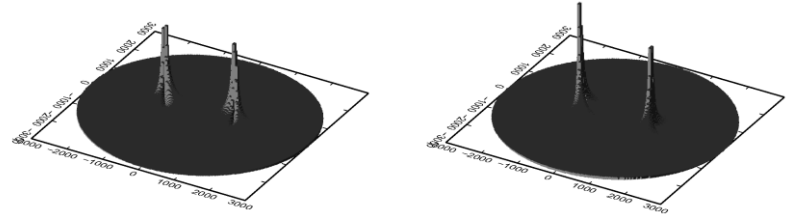


図2. 感度カーネルの計算例。(左) x成分, (右) y成分. カーネルがゼロになる経路が存在し, それらは成分ごとに異なる.