低速度球体による共鳴散乱と輻射伝達方程式

東北大・佐藤春夫

1. はじめに

短周期地震波を用いたランダムな不均質構造の研究ではその波形エンベロープに着目した輻射伝達理論が使われているが，従来の理論では高速度と低速度のゆらぎの取り扱いが同じで散乱は瞬時に生じると仮定されていた．しかし，低速度の異常は波動をトラップし時間遅れをもって散乱波を生じるという点で，高速度の異常とは異なる散乱特性を持つ．最近の研究から，火山地帯では不均質が強く平均自由時間は１ｓ程度と短いことがわかってきたが，火山地帯では液状の低速度不均質の分布が容易に想像され，それらによる共鳴散乱を考慮する必要性が示唆される．本稿では，低速度球体による共鳴散乱について，特に低周波数での振る舞いを考察する．次に，そのような低速度球がランダム一様に分布する空間でのエネルギー伝播を記述する輻射伝達方程式を提案する．後者は，以前に当研究集会で発表したものであるが，本研究は波動論に基づく物理的裏づけを与える．

２． 低速度球による共鳴散乱

一様速度V_0の媒質中に置かれた半径aの低速度球体(V_i)に平面波（スカラー波）が入射する場合，波動は$u(r,\psi,t)\approx c(t-z/V_0)+\frac{1}{r}f_c(\psi,t-r/V_0)$と表される．特に低周波では球対称モード($l$=0)の最低次項の寄与が大きく，この散乱振幅$\hat{f}_0(\omega)$を共鳴点$\omega_r=\pm\pi V_i/(2a)$の近傍で近似することが出来(Breit-Wigner 共鳴散乱公式)，入射波がデルタ関数の場合には，時間遅れをもつ散乱振幅$f_0^{BW}(t)=H(t)\frac{4V_i}{\pi}\mathrm{Exp}\left(-\frac{V_i^2}{V_0 a}t\right)\sin\left(\frac{\pi V_i}{2a}t\right)$を$\hat{f}_0(\omega)$のフーリエ変換として得る．入射波のスペクトルが角周波数ω_rを中心としたオクターブ幅$\Delta\omega$で平坦で，そのパワーが$\left(\int c(t)^2 dt=1\right)$と規格化される場合には，全散乱断面積の時間微分は$\frac{d\sigma_0(t)}{dt}=\frac{4\pi^2}{\Delta\omega}\left\langle\left|f_0^{BW}(t)\right|^2\right\rangle=\frac{4\pi^2}{\Delta\omega}\frac{8V_i^2}{\pi^2}\mathrm{Exp}\left(-\frac{2V_i^2}{V_0 a}t\right)$で与えられ，時定数は$T=\frac{V_0 a}{2V_i^2}$である．これは，入射した波が低速度の球体で等方散乱されると同時に，一部はトラップされ時間遅れを持って徐々に放出される様子を表している．V_i=0.2 km/s, V_0=2km/s で，低速度球の半径が a=5ｍの場合，共鳴周波数は 10Hz であり，T=0.125 s で，$\int_0^\infty \dot{\sigma}_0(t)dt$ =0.0036 km^{2}である．図 1 に入射波パケットとそれに対応する散乱振幅，及び$\dot{\sigma}_0(t)$を示す.

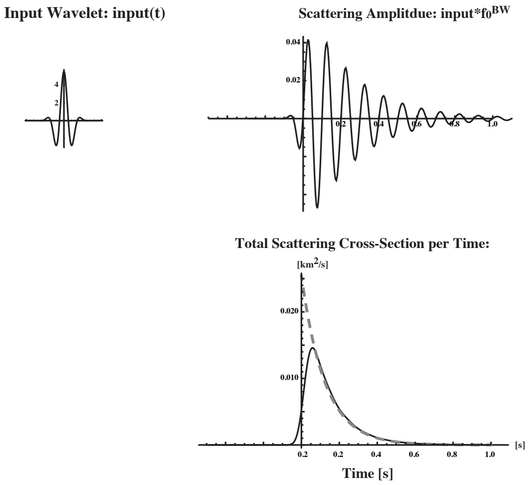

図１．左上は 10Hz を中心としたオクターブ幅のスペクトルを持つ入射波，右上は対応する散乱振幅，下は $\dot{\sigma}_0(t)$ で，実線は数値解，点線は BW 公式に基づく近似解.

2．共鳴散乱を取り入れた輻射伝達方程式

媒質中に低速度球（共鳴散乱体）がランダム一様に分布する場合（分布密度 n），時間変化を $h(t)=\frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}}$ で与え，$n\dot{\sigma}_0(t)=g_0h(t)$ と表すと，点震源からエネルギーが等方に輻射される場合にエネルギー伝播を記述する輻射伝達方程式は, 時間遅れを取り入れた次式で与えられる[佐藤・早川, 1997].

$$E(r,t)=WG(r,t)+V_0g_0\int dt'\int dt''\iiint d\mathbf{x}'G(\mathbf{x}-\mathbf{x}',t-t')h(t'-t'')E(\mathbf{x}',t'')$$
$$G(r,t)=\frac{1}{4\pi V_0r^2}\delta(t-\frac{r}{V_0})e^{-g_0V_0t}$$

長さを g_0，時間を g_0V_0 で規格化し，エネルギー密度の時空変化を図２に示す．実線は $\bar{T}=0.125$ の場合，点線は共鳴がない $\bar{T}=0$ の場合の解である．共鳴がない場合に比べて，共鳴がある場合には直達波の振幅は小さく，直達波の到達直後での減少は著しい．トラップされたエネルギーが放出される為，震源付近では，共鳴がある場合のエネルギー密度は共鳴がない場合に比べて大きい.

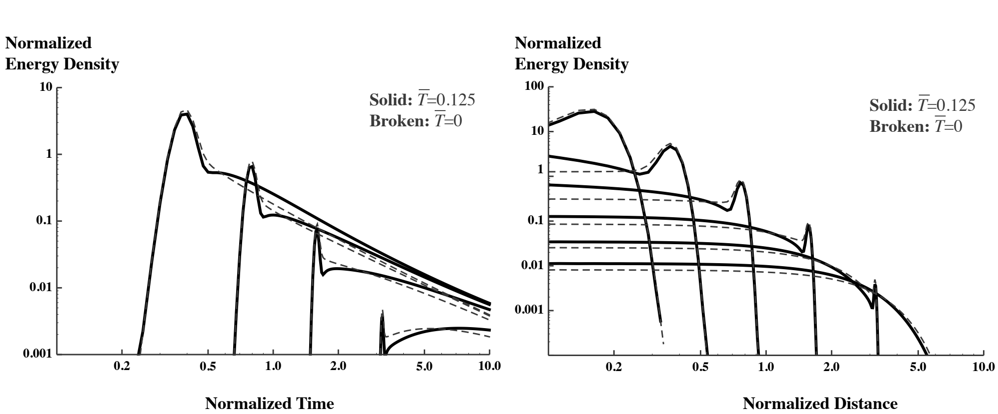

図 2．低速度球体がランダム一様に分布する中でのエネルギー密度の時空変化.