速度不連続があるランダム媒質でのマルコフ近似を用いたエンベロープ導出

江本賢太郎，佐藤春夫，西村太志
(東北大学大学院理学研究科)

はじめに

短周期（< 1s) 地震波は，地球内部の小さなスケール（数 km）の速度ゆらぎの影響を受け，非常に複雑な波形を示す．そのため，そのような地震波の解析には決定論的手法よりも，地球内部をランダム媒質として記述する統計的手法が向いている．本研究で用いるマルコフ近似は，多重前方散乱近似に基づいてフェーズスクリーン法を統計的に拡張したものである．これは，波長がゆらぎの相関距離よりも短いときに成り立つ近似であって，短周期地震波の解析に有用であり，地下の不均質パラメータの推定に用いられてきた [例えば，Sato, 1989; Kubanza et al., 2007]．解析には無限ランダム媒質が仮定されてきたが，現実的なモデルへ適用するため，理論モデルの高度化がなされ，統計的パラメータが不連続なランダム媒質中でのエンベロープ導出 [Saito et al., 2008] や，ランダム媒質の自由表面上でのエンベロープ導出 [Emoto et al., 2010] へと拡張されてきた．本研究では，背景速度に不連続があるランダム弾性媒質の自由表面上におけるエンベロープを導出する．

エンベロープ導出

エンベロープ導出のため，大局的な進行方向に直交する座標の異なる 2 点，異なる周波数での相関である二周波数相互相関関数を定義する．マルコフ近似では後方散乱を無視するため，この関数は放物型方程式に支配される．この二周波数相互相関関数を波数領域・時間領域でフーリエ変換したものを，角度スペクトルと呼ぶ．これは，散乱波エネルギーの角度分布を表すものであり，無限ランダム媒質の場合，エンベロープの最大値が着信する時刻では鉛直方向にピークをもった鋭い分布を示すが，時間が経過するに従って振幅は小さくなり，角度分布は平坦になる．これは，コーダ部分では大局的な進行方向に対して大きな角度を持った散乱波が比較的多く存在していることを表している．

速度不均質があるランダム媒質でのエンベロープは，角度スペクトルを用いて次の手順で導出できる．ここでは，2 層構造を仮定し，平面 P 波が下層のランダム媒質に鉛直に入射してくる場合を考える．ランダム媒質はガウス型自己相関関数で特徴付けられるとし，統計的パラメータは等しいとする．

1. **下層**　デルタ関数型平面波入射を仮定して放物型方程式を解き，二周波数相互相関関数を求める．ガウス型媒質の場合，解析的に解くことが可能である [Korn and Sato, 2005].
2. **速度境界**　フーリエ変換を用いて角度スペクトルを計算し，入射角に応じた透過係数・反射係数を掛ける．この係数はそれぞれの層の平均速度を使って計算する．その後再び空間領域へフーリエ変換する．
3. **上層**　上で求めた二周波数相互相関関数を初期条件として，放物型方程式を Crank-Nicolson 法を用いて数値的に解く．境界での PS 変換波を計算する場合には，S 波速度で置き換えた放物型方程式を解く．（3 層以上の多層構造の場合には，2 と 3 の操作を繰り返す．）
4. **自由表面**　角度スペクトルを求めて，自由表面での上下成分・水平成分の増幅係数を掛ける．それを全波数に対して積分することにより，それぞれの成分の自由表面上でのエンベロープを計算する [Emoto et al., 2010].

この計算手法は，層境界や自由表面の直下では特に，波動場を平面波の重ね合わせと考え，平面波の透過係数・変換係数や増幅係数を掛けている．この操作は，地震波の波長が媒質の相関距離よりも十分短い場合には妥当である．

この手法で計算したエンベロープ（Wandering なし）を図 1 に示す．ここで，2 次元 2 層ランダム媒質を仮

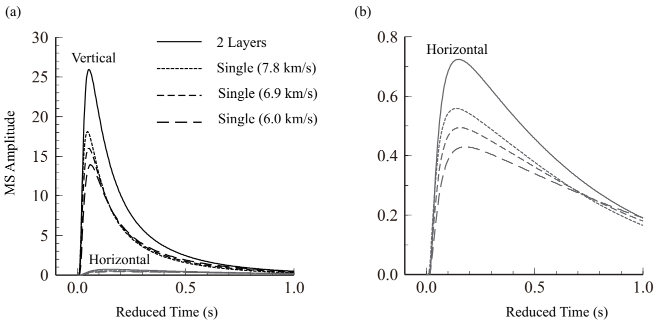

図 1　(a) 2 層と単層ランダム媒質での平均二乗エンベロープの比較．単層モデルは 2 層モデルと同じガウス型ランダム媒質で，厚さが 100 km の平均 P 波速度が 6.0 km/s，6.9 km/s，7.8 km/s の層とした．(b) 水平成分の拡大図．

定し，平均 P 波速度は上層，下層でそれぞれ，6.0 km/s，7.8 km/s とした．平均 S 波速度はその 1/1.73 倍とした．統計的パラメータは共通で，相関距離 10 km，ゆらぎの強さ 5% のガウス型ランダム媒質で特徴付けられるものとする．比較のため，単層を仮定した場合のエンベロープを示す．2 層構造の場合，低速度層の影響によって振幅が増幅されていることがわかる．また，下層で一度広がった散乱波が，速度境界で鉛直方向に曲げられることにより，水平成分の励起量は相対的に小さくなっている．

差分方との比較

上述の手法の妥当性を調べるため，差分法を用いて弾性体の波動方程式を解いて求めたエンベロープと比較する．アンサンブル平均を求めるため，ランダム・シードを変えて作った異なる 100 個の媒質における二乗平均を差分法のエンベロープとする．入射波は中心周波数が 2Hz の Kupper ウェーブレットを使用し，比較するマルコフ近似のエンベロープにはこのウェーブレットと Wandering 項をたたみ込んだものを使用する．図 2 はマルコフ近似と差分法を比較したものであるが，初動到達からコーダ部分まで非常によく一致していることがわかる．また，コーダ部分を拡大すると，速度境界での PS 変換波もよく再現できていることがわかる．

拡張性

3 層以上の多層構造や 3 次元媒質，平面 S 波入射の場合へと同じ手順で拡張することができる．さらに，統計的パラメータを不連続 [Saito et al., 2008] にしたり，非等方なランダム媒質 [Sato, 2008] を取り入れることも可能である．

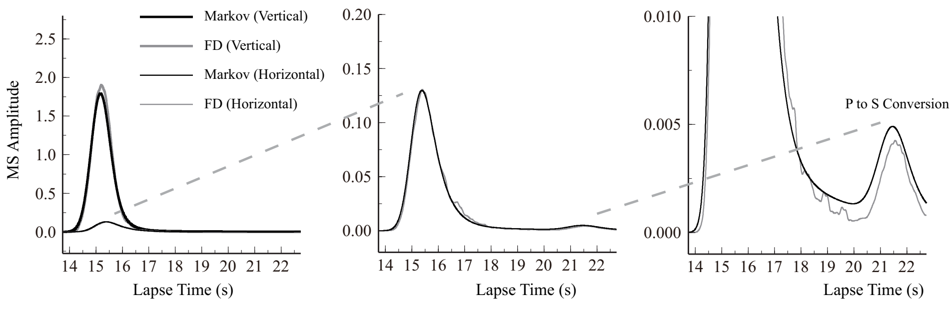

図 2　マルコフ近似と差分法による平均二乗エンベロープの比較．中央と右図は水平成分の拡大図．