

## 平均場を用いたランダム不均質媒質中の雑微動記録に対する相互相関関数の特徴

澤崎郁・藤原広行(防災科学技術研究所)

### はじめに

地震波干渉法は、長期間にわたる雑微動の相互相関関数 (CCF) や自己相関関数 (ACF) からコヒーレントな伝播成分を抽出する手法であり、地球内部の長波長構造の推定に広く用いられている。一方で、地球内部の短波長不均質構造は極めてランダム性が強く、決定論的に推定することは困難と考えられる。そのため、ランダム不均質構造を特徴づける少数の統計的なパラメータを導入し、確率・統計的な手法を用いて短波長不均質構造を推定することが望ましい。本研究では、ランダム不均質構造を確率論的にモデル化した場合に導かれる雑微動記録の CCF の特徴を検討する。今回は、波動方程式に放物近似を適用して得られる平均場を用いた CCF の導出を行う。

### 平均場を用いた CCF の導出

地震波速度が  $V(\mathbf{x}) = V_0[1 + \xi(\mathbf{x})]$  ( $\xi(\mathbf{x})$  は速度揺らぎ、 $\langle \xi(\mathbf{0})^2 \rangle = \varepsilon^2$ ) で与えられるランダム不均質媒質のアンサンブルと、空間的に一様ランダムな励起源を考える。2点 A、B における変位場の CCF は、励起源の単位体積あたりのパワースペクトル密度を  $W$ 、 $n$  番目のランダム媒質の実現値におけるグリーン関数を  $G_n$  とした場合、

$$\langle u_n(\mathbf{x}_A, \omega)^* u_n(\mathbf{x}_B, \omega) \rangle = W(\omega) \iiint \langle G_n(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}, \omega)^* G_n(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}, \omega) \rangle d\mathbf{x} \quad (1)$$

と表される。ここで、励起源のスペクトルは空間的に互いに無相関と仮定した。<>で示されるアンサンブル平均は長期間の記録についての時間平均と一致すると仮定する。媒質が時間変化しない場合、グリーン関数は変化しないのでアンサンブル平均が省略され、決定論的な扱いとなる。本研究では、測定期間中に不均質構造のランダムネスが十分に变化する場合を考える。

$n$  番目のランダム媒質におけるグリーン関数を

$$G_n(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}, \omega) = \frac{U_n(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}, \omega)}{4\pi\rho_0 V_0^3 r_A} \exp(ikr_A) \quad (2)$$

と書く。ここで  $r_A$ 、 $\rho_0$ 、 $k$  はそれぞれ震源距離  $|\mathbf{x}_A - \mathbf{x}|$ 、媒質の平均密度、内部減衰を考慮した複素波数  $k = k_0 + i|k_0|Q_i^{-1}(\omega)/2$  をそれぞれ表す。 $U_n$  は角周波数  $\omega$  の球面波の振幅であり、短波長不均質構造による散乱の効果を反映する。地震波長が速度揺らぎの相関距離  $a$  よりも十分短い場合 ( $k_0 a \gg 1$ )、 $U_n$  は放物型方程式にしたがう。さらに後方散乱を無視するマルコフ近似を用いて放物型方程式を解くと、 $U_n$  のアンサンブル平均である平均場が  $\langle U_n(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}, \omega) \rangle = \langle U(r_A, \omega) \rangle = \exp[-A(0)k^2 r_A/2]$  と導かれる。指数関数型ランダム不均質媒質の場合は  $A(0) = 2\varepsilon^2 a$  と表され、本研究ではこの関係式を用いる。

2点 AB 間の距離  $h_{AB}$  が速度揺らぎの相関距離よりも十分長い場合 ( $h_{AB} \gg a$ )、A と B における波動場は互いに無相関で、 $\langle U(r_A, \omega)^* U(r_B, \omega) \rangle \approx \langle U(r_A, \omega)^* \rangle \langle U(r_B, \omega) \rangle$  と近似できると仮定する。このとき、(1)、(2)式を用い、楕円座標形に変換して体積積分を行うと、CCF は

$$\langle u_n(\mathbf{x}_A, \omega)^* u_n(\mathbf{x}_B, \omega) \rangle = \frac{W(\omega)}{4\pi\rho_0^2 V_0^6} \frac{\sin(k_0 h_{AB})}{k_0 h_{AB}} \frac{\exp\left\{-\frac{h_{AB}}{2} [k_0 |Q_i^{-1}(\omega) + k_0^2 A(0)]\right\}}{|k_0 |Q_i^{-1}(\omega) + k_0^2 A(0)|} \quad (3)$$

と導かれる。

CCF の時間微分とグリーン関数のアンサンブル平均との関係は

$$-i\omega \langle u_n(\mathbf{x}_A, \omega)^* u_n(\mathbf{x}_B, \omega) \rangle = \frac{1}{2\rho_0 V_0^2} \frac{W(\omega)}{|k_0| Q_i^{-1}(\omega) + k_0^2 A(0)} \left( \langle G_n(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B, \omega)^* \rangle - \langle G_n(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B, \omega) \rangle \right) \quad (4)$$

と導かれる。

### CCF の特徴

図1に異なる観測点距離における CCF の周波数依存性を  $\sin$  項による振動成分を除いて示す。CCF は、コーナー周波数  $f_c = V_0 Q_i^{-1} / 2\pi A(0)$  よりも低周波側で指数関数に、高周波側でガウス関数にしたがい減衰する。この結果は、インコヒーレントな成分同士が打ち消し合い高周波成分が失われる様子を表している。図2には異なる  $\varepsilon$  の値における CCF の時間微分を示す。3次元均質弾性媒質中では CCF の時間微分がデルタ関数となるが (Roux et al. 2005)、ランダム不均質構造を導入すると、高周波成分の減少に伴いピークが減少しピーク幅が増大する。CCF の時間微分はピークを中心に対称形をなし、コーダ波を伴わないが、これは平均場の導入により非干渉成分が消失したためと考えられる。実際に観測される CCF はコーダ波を伴う場合が多いが、その理由の一つとして、測定期間が短く媒質の時間変化が生じていないことが考えられる。

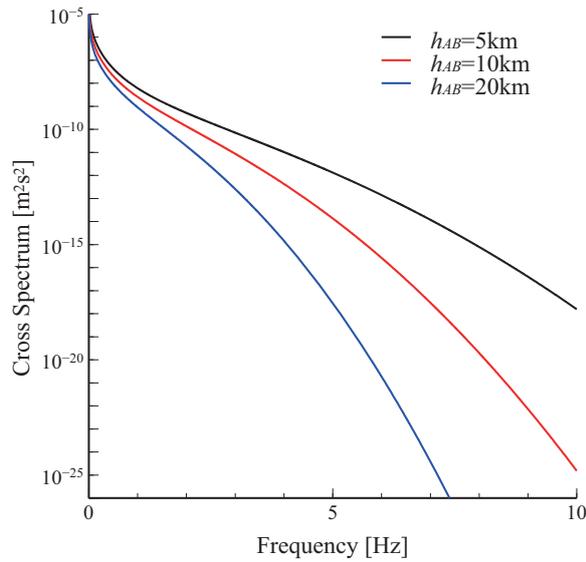


図1：異なる観測点間距離における変位場の CCF。用いたパラメータは、 $\varepsilon=0.05$ 、 $a=5\text{km}$ 、 $Q_i^{-1}(\omega)=0.005f^{0.7}$ 、 $V_0=4\text{km/s}$ 、 $\rho_0=2.8\text{kg/m}^3$ 、 $W(\omega)=1.6\times 10^{18} [\text{N}^2\text{m}^2/\text{m}^3]$  ( $1\text{m}^3$  あたり  $M_w 0$  相当のモーメント解放)。

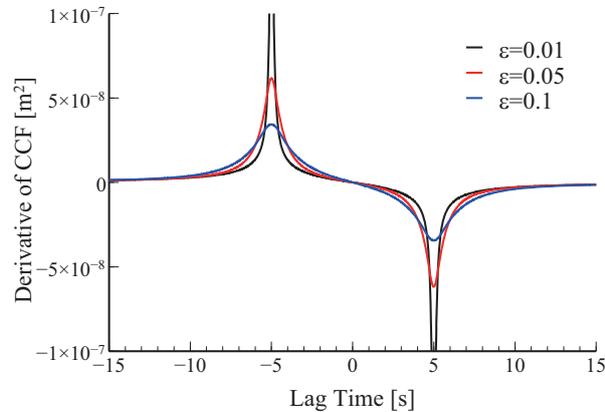


図2：CCF の時間微分。観測点間距離  $h_{AB}$  は  $20\text{km}$ 。  $\varepsilon$  と  $h_{AB}$  以外のパラメータは図1と同様。