

# 海底地形のゆらぎによる津波の散乱： コーダ波励起と散乱減衰

齊藤竜彦・古村孝志

東京大学大学院情報学環<sup>1</sup>, CREST<sup>2</sup>

## 1. はじめに

地震波だけでなく津波の伝播過程においても散乱現象は重要である。例えば、2006年千島列島沖地震の際には、天皇海山列より散乱した津波のために、大振幅の後続波が日本沿岸に到来し、津波警報解除が困難となった [Koshimura et al. 2007]。また、1960年チリ地震の際には、震源域から太平洋を横断し日本に到来するまでの間に、40%もの初動エネルギーが散乱波へと変換されるといった見積もりもある [都司 1977]。津波の伝播過程においても、地震波と同様、散乱によるコーダ波励起と散乱減衰が重要な役割を果たしており、その定量化は津波防災上重要な課題である。

津波散乱現象の理解のために、海山をガウス型の関数形状でモデル化するという決定論的手法が用いられてきた [都司 1977; Mofjeld 2001]。一方で、海底地形の起伏はフラクタル的性質をもつため [Turcotte 1989]、確率統計論的手法が散乱現象の理解に役立つ。海底地形が空間的にランダムにゆらいでいるときの1次元空間における反射問題は定式化されているものの [Carrier 1970]、2次元空間での定式化は未完である。そこで、本研究では、2次元海底地形による散乱現象を定量化するために、基本的な物理量の一つである散乱係数を一次のボルン近似を用いて理論的に導出する。さらに、得られた散乱係数を基に、津波のコーダ波励起と散乱減衰の周波数依存性を評価する。

## 2. 散乱波と海底地形のゆらぎ

水深  $h(\mathbf{x})$  を、平均水深  $h_0$  とそのゆらぎ  $h_1$  により、

$$h(\mathbf{x}) = h_0 + h_1(\mathbf{x}) = h_0 \{1 + \xi(\mathbf{x})\} \quad (1)$$

と表す。津波は線形長波方程式

$$\begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial M}{\partial t} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial t} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{cases}, \quad (2)$$

に従うものとする。ただし、 $\eta$  は海面変動値を、 $M, N$  は水平方向 ( $x, y$  方向) の流量 (流速の鉛直方向への積分値) とする。海面変動値、流量をそれぞれ平均値とゆらぎによって、

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_0 + \eta_1 \\ M &= M_0 + M_1 \\ N &= N_0 + N_1 \end{aligned}, \quad (3)$$

と表す。式 (3) において、下付き文字のゼロは平均値を、1 はゆらぎを表す。式 (2) に式 (1), (3) を代

入し、2次以上の微量を無視すると、海面変動値のゆらぎ（散乱波） $\eta_1$ に対する微分方程式

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \eta_1 = -\xi \left( \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial y^2} \right) - \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta_0}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta_0}{\partial y} \right), \quad (4)$$

を得ることが出来る。この近似法はボルン近似と呼ばれる [Born and Wolf 1964 など]。右辺に現れている海底地形のゆらぎ $\xi$ と平均海面変動値 $\eta_0$ のカップルした値が、 $\eta_1$ を生成する波源となっている。今、図1に示すように、原点に局在化した海底地形のゆらぎに、 $x$ 方向に沿って伝播する単周波数 $\omega$  (波数 $k$ )の平面波が入射する場合を考える。この場合、遠方における $\eta_1$ を、式(4)より、

$$\eta_1(x, t) \approx \frac{A_0}{\sqrt{r}} \exp\{i(kr - \omega t)\} \frac{1}{\sqrt{\pi k}} \frac{\sqrt{2}}{4} e^{-i\frac{3}{4}\pi} k^2 \cos \theta \hat{\xi}(\mathbf{K}) \quad (5)$$

と得る。ただし、 $\mathbf{K} = k \mathbf{e}_r - k \mathbf{e}_x$  であり、

$$\hat{\xi}(\mathbf{K}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x}' \xi(\mathbf{x}') \exp(-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}') \quad (6)$$

である。津波散乱波 $\eta_1$ は、海底地形ゆらぎのフーリエ変換によって表すことが出来る。

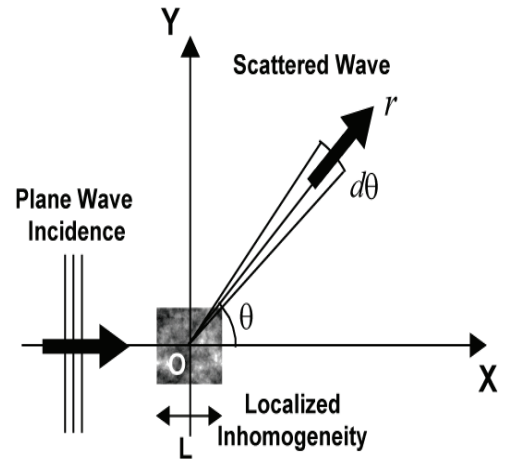


図1 定式化の座標系.

### 3. 散乱係数と海底地形のスペクトル構造

自己相関関数

$$R(\mathbf{x}) \equiv \langle \xi(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \xi(\mathbf{x}') \rangle \quad (7)$$

によって、海底地形のゆらぎの性質を統計的に規定する。自己相関関数のフーリエ変換とゆらぎのフーリエ変換の関係は

$$P(\mathbf{m}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(\mathbf{x}) \exp(-i\mathbf{m} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{x} = \frac{1}{L^2} \left| \hat{\xi}(\mathbf{m}) \right|^2, \quad (8)$$

となる。ただし、 $\mathbf{m}$ は海底地形ゆらぎの波数を表す。短波長域で冪乗型の形状をとるフォンカルマン型スペクトル構造を考える。海底地形ゆらぎの統計的性質に方位依存性がない場合、フォンカルマン型スペクトル形状は、

$$P(\mathbf{m}) = \frac{4\pi\kappa\varepsilon^2 a^2}{(1 + a^2 m^2)^{\kappa+1}} \approx 4\pi\kappa\varepsilon^2 a^{-2\kappa} m^{-2\kappa-2} \quad \text{when } am \gg 1 \quad (9)$$

と表せる。パラメタ $\varepsilon$ はゆらぎのRMS値、 $a$ は相関距離を表し、パラメタ $\kappa$ は短波長域におけるスペクトルの冪を規定する。図2に、フォンカルマン型のパワースペクトル形状を示す。パラメタ $\kappa$ が小さいほど、

ゆらぎの短波長成分が豊富になる。

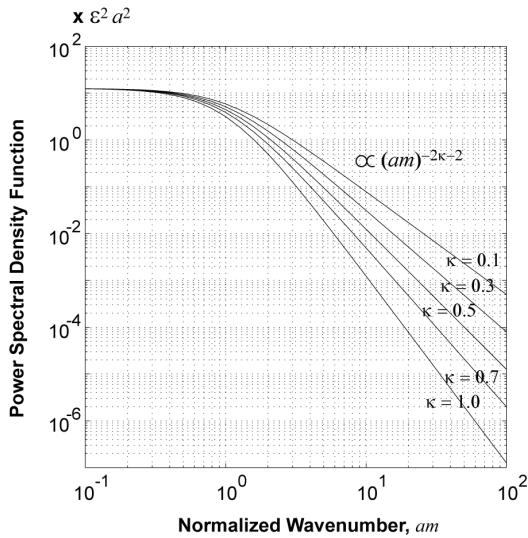


図 2 フォンカルマン型のパワースペクトル密度関数。

図 1 において，入射波のエネルギーフラックス密度と散乱波のエネルギーフラックス密度の比から，局在化した海底地形ゆらぎの散乱断面積が得られる．さらに，単位面積あたりの，散乱の強さを表す散乱係数は，

$$g(\theta, k) = \frac{1}{4} k^3 \cos^2 \theta P \left( 2k \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (10)$$

となる [Sato and Fehler 1998 参照]. ここで，散乱角度 $\theta$ は，入射波と散乱波の進行方向のなす角度である．式 (10) は，海底地形ゆらぎのスペクトル形状と散乱係数の関係を表している．

#### 4. コーダ波励起量と散乱減衰

地震波散乱分野で確立された手法に基づき，津波のコーダ波励起量と散乱減衰の周波数依存性を導出する．

コーダ波形成のモデルの一つである一次後方散乱モデル[Aki and Chouet 1975 など]によると，コーダ波励起量は，散乱角度  $\theta = 180^\circ$  の散乱係数，すなわち後方散乱係数  $g(\pi, f)$  に比例する．図 3 に，後方散乱係数の周波数依存性を示す．海底ゆらぎのスペクトル形状により，後方散乱係数すなわちコーダエネルギーの励起量の周波数依存性の特徴が変化する．例えば， $\kappa = 1.0$  の場合，長波長津波 ( $ak \ll 1$ ) は，コーダエネルギーは周波数の 3 乗に比例して増加し，海底地形ゆらぎのスケール程度の津波波長 ( $ak \sim 1$ ) でコーダエネルギーはピークを迎え，高周波数域では減少することになる．一方， $\kappa = 0.1$  の場合，コーダ波は，周波数の増大に伴って増加し続ける．

散乱減衰を表す量として地震波の場合と同様に， $Q^{-1}$  値を用いる．散乱係数と散乱減衰  $Q^{-1}$  の関係は，カットオフ散乱角度 $\theta_c$ を用いて，

$${}_{sc} Q^{-1} = \frac{1}{k} \frac{1}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi} g(\theta, k) d\theta = \kappa \varepsilon^2 \int_{\theta_c}^{\pi} \frac{(ka)^2 \cos^2 \theta}{(1 + 4k^2 a^2 \sin^2 \theta/2)^{\kappa+1}} d\theta \propto \begin{cases} \varepsilon^2 (ka)^2 & \text{for } ka \ll 1 \\ \varepsilon^2 (ka)^{-2\kappa} & \text{for } ka \gg 1 \end{cases} \quad (11)$$

と表せる [Wu 1982]. 海底地形の長波長成分（津波波長の 2 倍以上）による走時ゆらぎの効果を取り除く

ために、カットオフ散乱角度を  $30^\circ$  とする [Sato 1982]. 図 4 に、散乱減衰  $Q^{-1}$  の周波数依存性を示す. 例えば、 $\kappa = 1.0$  の場合、長波長津波 ( $ak \ll 1$ ) は、 $Q^{-1}$  は周波数の 2 乗に比例して増加し、海底地形ゆらぎのスケール程度の津波波長 ( $ak \sim 1$ ) で減衰は最も強くなる.

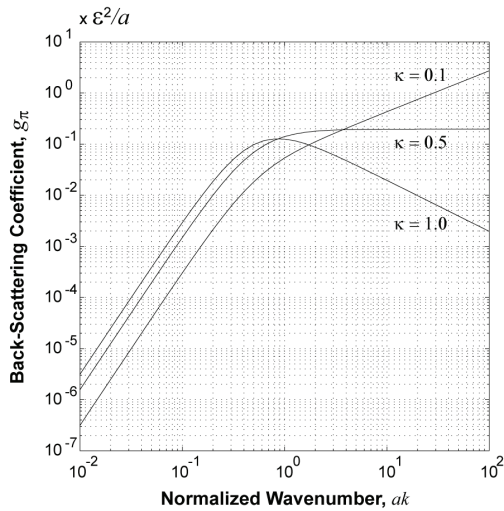


図 3 コーダエネルギー励起量の周波数依存性. 一次後方散乱モデルでは、コーダエネルギーの励起量と後方散乱係数は比例関係となる.

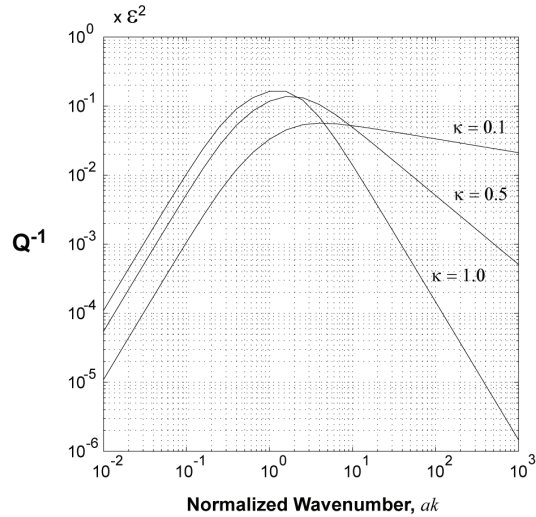


図 4 散乱減衰の周波数依存性.

## 5. 最後に

確率統計論的な津波散乱問題はこれまで 1 次元空間の反射波に限られていたが、本研究では 2 次元海底地形ゆらぎのスペクトル形状と散乱係数の関係を理論的に導出した. これによって、現実的な海底地形ゆらぎの特性から、津波の散乱を定量的に評価することが可能になった. 今後、世界の各海域における海底地形ゆらぎのスペクトル形状を評価することで、その散乱特性を推定できる. 例えば、各地域における津波コーダ波発生のパテンシャルやその卓越周期などを評価することが可能である. この結果は、最大津波波高到来の予測精度の向上や津波伝播の数値シミュレーション結果の解釈のための重要な指標を与えるものと期待される.