

不均質構造における短周期地震波のエンベロープ形成 (フォン・カルマン型ランダム弾性媒質)

須崎敦史・佐藤春夫・西村太志
(東北大学大学院理学研究科)

はじめに

不均質構造中を伝播する微小地震の短周期地震波のエンベロープは、震源ではパルス的であっても、伝播距離の増加につれて、その形状を崩し、見かけ継続時間を拡大していくことが知られている。また、遠地 P 波の波形では、トランスバース成分が高周波数ほど卓越していることが観測されている (Kubanza et al., 2007)。このようなエンベロープ拡大現象は、ランダム媒質中における波動方程式を統計的に取り扱うマルコフ近似によって説明されてきている。特にランダムな速度ゆらぎがガウス型自己相関関数 (ACF) で表わされる場合には、ベクトル波エンベロープの解析解が得られている (Sato, 2007)。しかし、ガウス型 ACF の場合にはエンベロープ形状の周波数依存性を説明することができない。

本研究では、エンベロープ形状の周波数依存性を説明するための基礎モデルの構築を行うべく、短波長領域においてパワースペクトル密度がべき乗型となる、フォン・カルマン型 ACF で記述されるランダム媒質におけるベクトル波エンベロープの導出を行う。

マルコフ近似に基づくベクトル波エンベロープ形成

3次元等方ランダム弾性媒質において、点震源からの P 波パルスの等方輻射を考える。地震波の波長がランダム媒質の相関距離 a より短い場合、PS 変換散乱は生じず、波動伝播は P 波のポテンシャルに関する放物型方程式で記述される。マルコフ近似によって、スカラーポテンシャルに関する統計量である 2 周波数相互相関関数 Γ_2 は、球座標系において

$$\partial_r \Gamma_2 + i \frac{k_d}{2k_c^2} \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_d^2} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta_d} \right) \Gamma_2 + k_c^2 [A(0) - A(r\theta_d)] \Gamma_2 + \frac{k_d^2}{2} A(0) \Gamma_2 = 0 \quad (1)$$

という放物型方程式で記述される (Saito et al., 2002)。ここで、 V_0 は平均速度、 $k_c = \omega_c / V_0$ は中心波数、 k_d は波数の差、 A はランダム媒質の速度ゆらぎの自己相関関数 $R(\mathbf{x})$ の積分で、

$A(r\theta_d) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dz R(r\theta_d, z)$ と表わされる。

この Γ_2 のフーリエ変換からベクトル 3 成分の MS エンベロープが求められる。トランスバース成分の MS エンベロープは

$$\hat{I}_x^P(r, t, \omega_c) = \hat{I}_y^P(r, t, \omega_c) = \frac{1}{2\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-r/V_0)} \left[-\frac{1}{k_c^2} \partial_x^2 \Gamma_2(\mathbf{x}_{\perp d}, r, \omega_c, \omega_d) \right]_{\mathbf{x}_{\perp d}=0} \quad (2)$$

動径成分の MS エンベロープは

$$\hat{I}_z^P(r, t, \omega_c) = \frac{1}{2\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d e^{-i\omega_d(t-r/V_0)} \left[\left(1 + \frac{\Delta_{\perp d}}{k_c^2} \right) \Gamma_2(\mathbf{x}_{\perp d}, r, \omega_c, \omega_d) \right]_{\mathbf{x}_{\perp d}=0} \quad (3)$$

で与えられる (Sato, 2007)。

ここで、Saito et al. (2002) に従って、関数 A をトランスバース面内での距離 $r\theta_d$ のべき乗型で近似す

る。発展方程式(1)を差分法で解く際に、従来、 $r\theta_d$ が原点と有限値において Γ_2 の微分がゼロという境界条件を置いていた(Lee and Jokipii, 1975, Saito et al., 2002)。この境界条件はスカラー波エンベロープの導出の際には有効であっても、(2)式に見られるような Γ_2 の2階微分を必要とするベクトル波エンベロープの導出には精度が不十分である。そこで、 $r\theta_d$ の変域を原点を挟むような正負の有限領域にとり、周期的境界条件のもとで発展方程式(1)を解くこととした。これにより、十分高い精度でベクトル波3成分エンベロープを導出することが可能になった。なお、S波についても、また平面波入射の場合についても、ここに述べた統計的方法によるエンベロープ導出は可能である。

結果

図1の上段に、ランダム媒質における距離100kmでの3成分のMSエンベロープを示す。これは、走時ゆらぎの効果を無視し震源継続時間をゼロとした場合の解であって、正確にはエンベロープの伝達関数を表すものである。ランダム媒質は、P波平均速度8km/s、速度ゆらぎ5%、相関距離6kmである。左が $\kappa=0.5$ （指数関数型）、右が $\kappa=0.3$ の場合であり、トランスバース成分を見やすくするためにRMSエンベロープを下段に示す。動径成分もトランスバース成分も、平均速度走時より最大ピーク値は遅れ、その後ろに減衰する尾部を持つ。トランスバース成分の最大値は動径成分の最大値よりも小さく、トランスバース成分の最大値の遅れは動径成分の最大値の遅れよりも大きい。最大値の大きさとその遅れは周波数に強く依存し、3Hz（灰線）より12Hz（黒線）の方が、ピーク遅延時間が長く、トランスバース成分（破線）が大きい。また、 κ が小さくなり、スペクトルに短波長不均質がより卓越してくるほど、周波数依存性が顕著になることが分かる。

von Karman ACF: $\kappa=0.5$ (Exponential)

von Karman ACF: $\kappa=0.3$

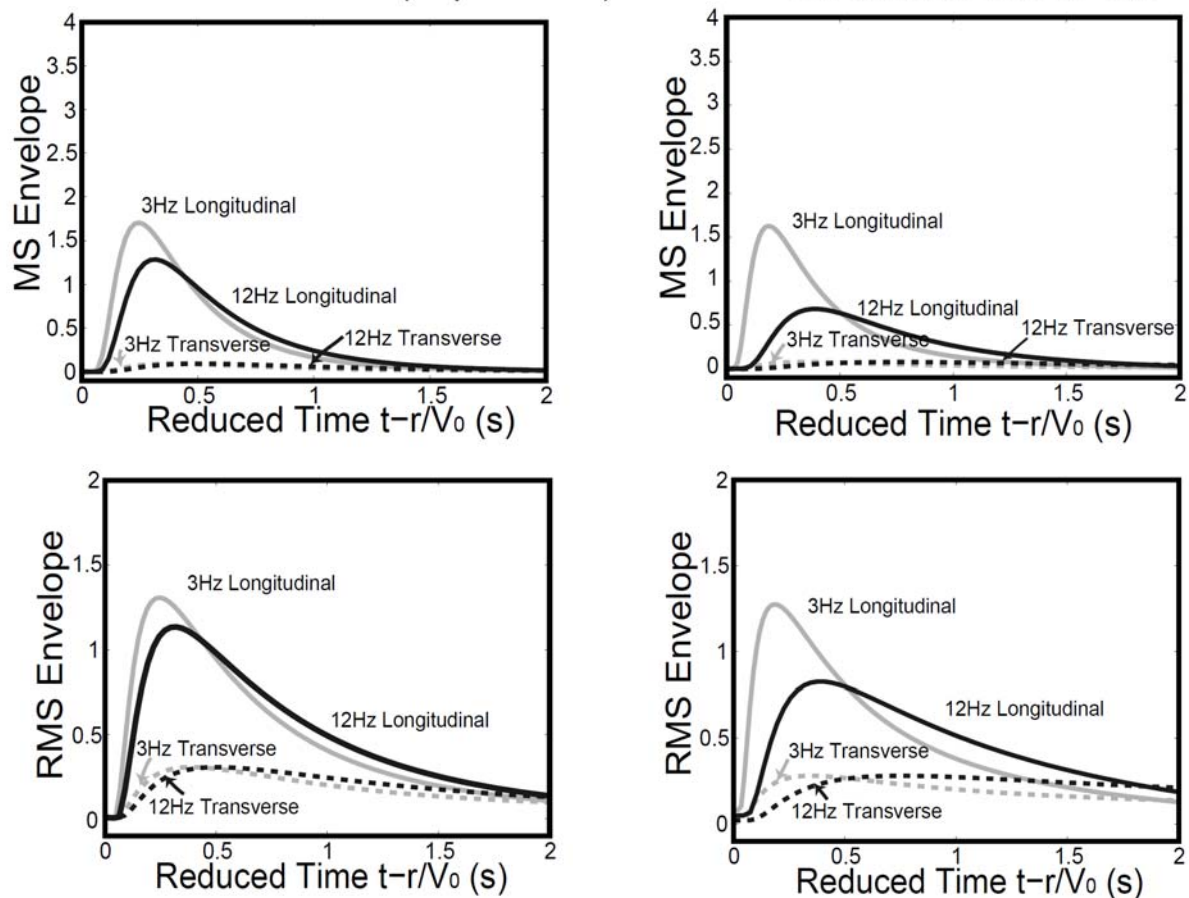


図1 ランダム媒質における3成分エンベロープ。横軸はP波平均速度による走時からの経過時間。