Markov 近似法と輻射伝達理論による波形エンベロープのモデリング

斉藤竜彦 [1]・**佐藤春夫** [1]・Michael Fehler[2]・**大竹政和** [1]
[1]**東北大大学院理学研究科**，[1]**米国ロスアラモス研究所**

Synthesis of scalar-wave envelopes in 2-D random media based on the Markov approximation method and the radiative transfer theory

Tatsuhiko Saito[1], Haruo Sato[1], Michael Fehler[2] and Masakazu Ohtake[1]
[1]Graduate school of science, Tohoku university. [2]Los Alamos national laboratory

はじめに

Markov 近似法と輻射伝達理論は波形エンベロープを合成する優れた手法として知られている．Markov 近似法は，前方散乱近似に基づき波形エンベロープの主要動近傍を高速度かつ精度よく合成することができる．一方，輻射伝達理論は波動伝播をエネルギーの移動としてとらえ，波形エンベロープを容易に合成することができる．しかしながら，Markov 近似法は広角度の散乱を無視しているためにコーダ波を再現することができず，また輻射伝達理論とランダム媒質中の波動伝播との関連は必ずしも明らかではない．

本研究では 2 次元ランダム媒質中のスカラー波伝播について，有限差分法により数値計算した波動場から合成したエンベロープを基準とし，Markov 近似法および輻射伝達理論に基づき合成したエンベロープと比較する．これにより２つのエンベロープ合成モデルの特徴および適用限界を調べる．さらに，Markov 近似法と輻射伝達理論に基づく多重等方散乱モデルを相補的に用いることにより，従来よりも高精度なエンベロープ合成手法を提案する．

シミュレーション

波の伝播速度がランダムにゆらいでいる不均質媒質中を, 中心周波数 2Hz のリッカー波が伝播する場合を考える．平均速度 V_0 = 4km/s, ゆらぎの RMS 平均ε = 5%，特徴的な空間スケール a = 5km の 2 次元 von Karman 型ランダム媒質を考える．この媒質のパワースペクトルは短波長域（高波数域）でべき乗型となり，パラメタ κ によりそのべきが規定される（図 1)．本研究では κ = 0.1, 0.5, 1.0 の 3 種類の媒質を用いる．例えば，ボアホールから得られる検層記録の場合 κ は 0.1 程度となり，観測される地震波形エンベロープから推定される地下のスペクトル構造は κ が 0.5 近くと推定される場合が多い. 波形の統計的な特長を抽出するために，各々の媒質に対して 50 個のアンサンブルを作成する. それぞれに対しての波動伝播を有限差分法により数値計算し，これにより得られる２乗振幅記録 50 トレースのアンサンブル平均を基準の MS エンベロープとする．図２にその平方根である RMS エンベロープを細線で示す．

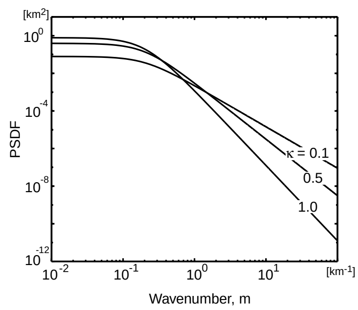

図１．２次元 von Karman 型ランダム媒質（ε = 0.05, a = 5km)のパワースペクトル密度関数.

Markov 近似法と数値計算との比較

前方散乱近似を仮定した場合には，波動方程式を放物近似した後に統計的処理（Markov 近似）を行うことで，ランダム媒質中におけるエンベロープを導出することができる．図２に Markov 近似法により予測される RMS エンベロープを太線で示す.

短波長成分が少ない媒質（κ = 1.0）において，Markov 近似法によるエンベロープは差分法によるエンベロープとよく一致した結果が得られる（図２c)．これは構造の長波長成分による多重前方散乱に対して Markov 近似法が有効であることを示す．一方，短波長成分が多いランダム媒質の場合（κ = 0.1)，差分法によるエンベロープは大きなコーダ波振幅を示すのに対し，Markov 近似法によるエンベロープは励起量が少ない．これは短波長成分が多い媒質では広角度散乱による寄与が大きいが，Markov 近似法では前方散乱しか取り込んでいないことに起因する．

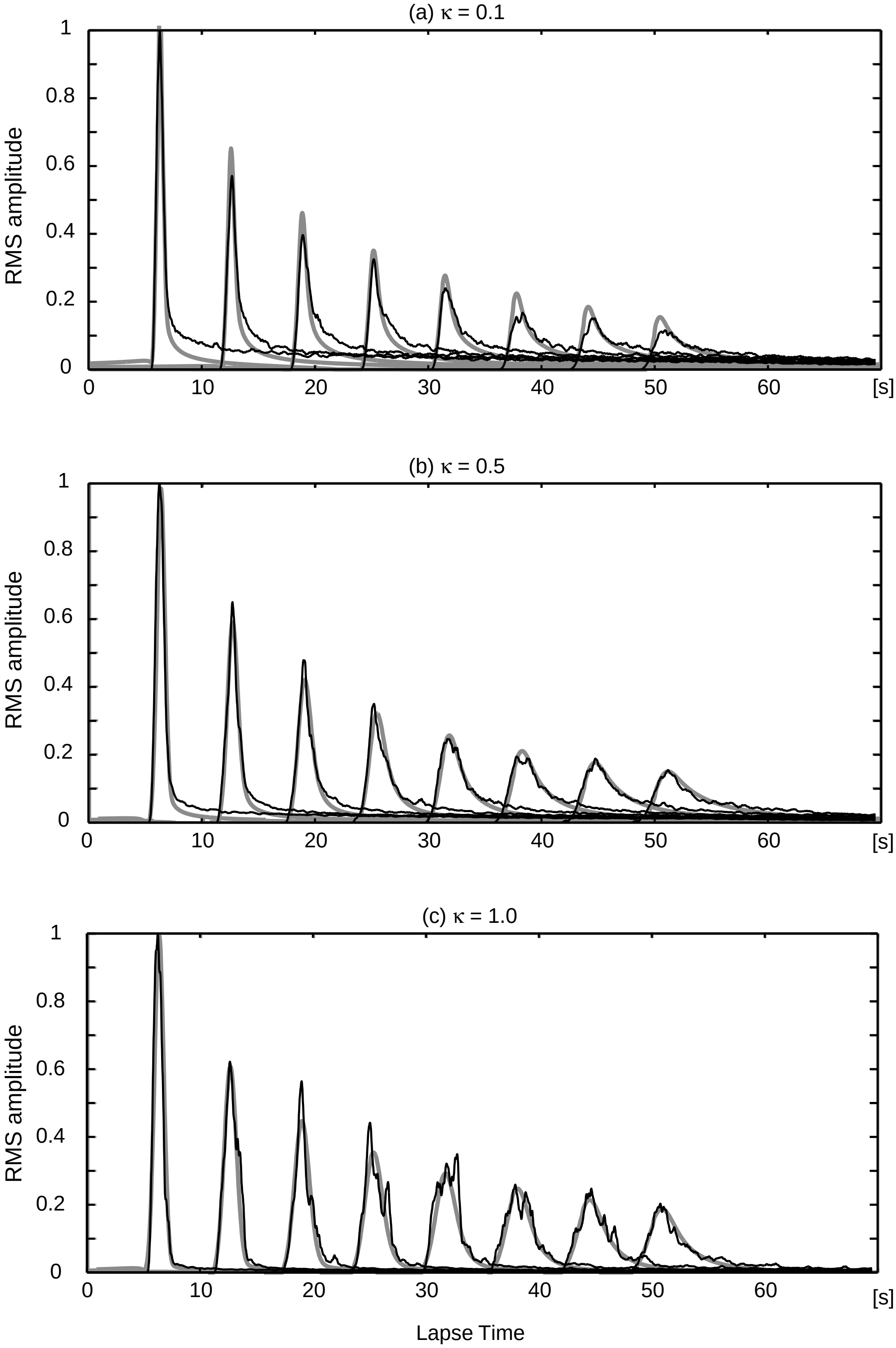

図２．von Karman 型ランダム媒質中（ε = 0.05, a = 5km）においてパラメタκ が(a) 0.1, (b) 0.5, (c) 1.0 の場合の RMS エンベロープ．有限差分法により計算された 50 個の波動場から合成したエンベロープを細線で示し，マルコフ近似法により合成したエンベロープを太線で示す.

輻射伝達理論（多重等方散乱モデル）と数値計算との比較

Born 近似によれば von Karman 型ランダム媒質での散乱は非等方的である．Gusev and Abubakirov [1996]は，非等方散乱媒質中においても十分に時間が経過したコーダ波部分は有効的には等方散乱モデルと同じ特徴をもつことを報告している．本研究では多重等方散乱モデルを用いて差分計算によるエンベロープのコーダ波部分のモデル化をする．図３に伝播距離が 25km における MS エンベロープを κ = 0.1, 0.5, 1.0 の場合について示す．細線は差分計算により得られたエンベロープをあらわし，太線は多重等方散乱モデルにより予測されるエンベロープを示す．全ての κ の値において，モデルからの予測どおりにコーダ波エンベロープは時間の逆数で減少していく．このとき多重等方散乱モデルに基づき推定された散乱係数 g_c を図３にあわせて示す．用いた散乱係数 g_c は，κ = 0.1 の場合には Gusev and Abubakirov [1996]が有効散乱係数として用いた momentum transfer scattering coefficient [Morse and Feshbach, 1953]と一致する．しかし，κ = 0.5, 1.0 の場合には momentum transfer scattering coefficient の方が一桁程度大きくなる．

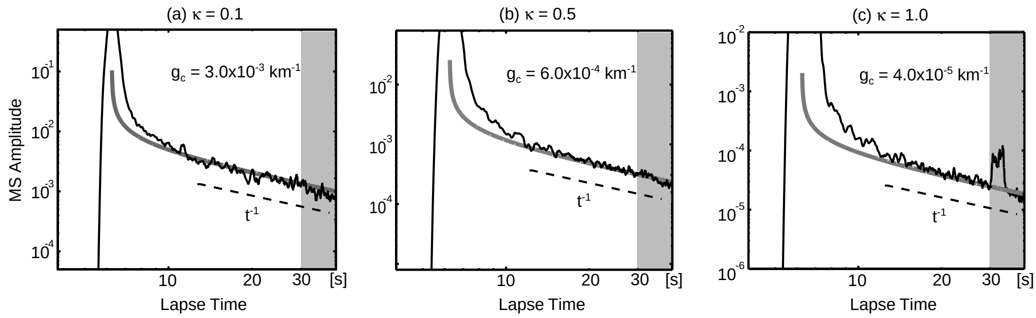

図３．von Karman 型ランダム媒質中（ε = 0.05, a = 5km)においてパラメタ κ が(a) 0.1, (b) 0.5, (c) 1.0 のときに，震源距離が 25km 地点で観測される MS エンベロープ．有限差分法によるエンベロープを細線で示し，多重等方散乱モデルにより合成したエンベロープを太線で示す．このとき用いた散乱係数 g_c を図右上に示す．陰影部はシミュレーションの境界からの影響が現れる時刻を示す．

全エンベロープ合成法

多重前方散乱からなる主要動近傍を Markov 近似法により，広角度散乱によるコーダ波励起を多重等方散乱モデルによりモデリングすることで，主要動近傍からコーダ波までの全エンベロープの合成する．この場合，MS エンベロープ $I(r,t)$ は以下の式であらわすことができる．

$$I(r,t) = I_{Mar}(r,t)e^{-\mu g_c V_0 t} + \frac{W g_c}{2\pi\sqrt{V_0^2 t^2 - r^2}} e^{g_c\left(\sqrt{V_0^2 t^2 - r^2} - V_0 t\right)} H\left(t - \frac{r}{V_0}\right)$$

ここで，W は震源から放射された全波形強度（２乗振幅）をあらわす．第 1 項は Markov 近似法の MS エンベロープ $I_{Mar}(r,t)$ に広角度散乱による減衰効果 $\exp(-\mu g_c V_0 t)$ を補正したものである．ここでパラメタ μ は全波形強度 W が保存されるように数値的に求める．第 2 項は多重等方散乱モデルによる散乱波からの寄与をあらわす．このように合成されたエンベロープと差分計算によるエンベロープとを図 4 に示す．このモデルは Markov 近似法や多重等方散乱モデルよりも忠実にエンベロープ形状を再現していることがわかる．特に短波長成分が多い媒質（κ = 0.1）の場合に，その効果が顕著にあらわれている．

全エンベロープ合成法開発の第一歩として，Markov 近似法と多重等方散乱モデルを相補的に用いた合成法を提案し，より忠実に全エンベロープ形状を再現することができた．しかしながら，主要動近傍とコーダ波との遷移過程においては，この手法によるエンベロープは振幅を過小評価している．今後はこの遷移過程をも厳密に評価できるエンベロープ合成法の開発が必要である．

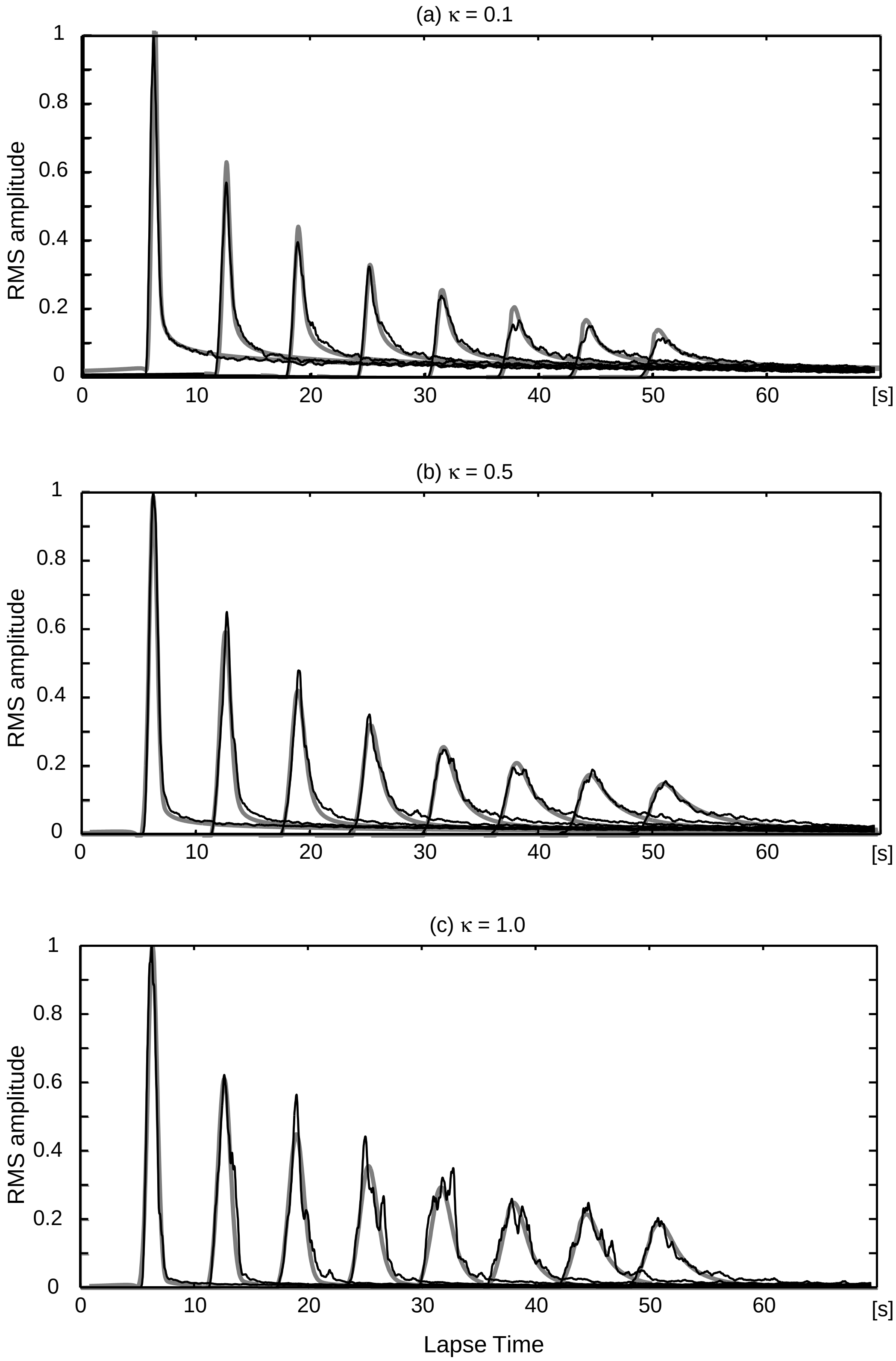

図４．von Karman 型ランダム媒質中（ε = 0.05, *a* = 5km）においてパラメタκ が(a) 0.1, (b) 0.5, (c) 1.0 の場合の RMS エンベロープ．有限差分法によるエンベロープを細線で示し，全エンベロープ合成法により導出したエンベロープを太線で示す．このときパラメタμ は(a)0.7，(b)0.2，(c)-4.8 を用いている．