

ARモデルによる散乱波の解析：室内モデル実験

。西澤 修^[1]・北川 源四郎^[2]

^[1] 産業技術総合研究所・地圏資源環境研究部門,

^[2] 統計数理研究所

Statistical analysis of scattered wave by AR time series modeling technique:

A study of physical model experiments.

Osamu NISHIZAWA^[1], Genshiro KITAGAWA^[2].

^[1]National Research Institute of Advanced Industrial Science and Technology,

^[2]Institute of Statistical Mathematics.

Abstract

To improve seismic imaging technology, the scattered waves generated by the random short-wavelength heterogeneities in underground must be considered because the scattered waves mask important seismic signals. We applied multivariate AR modeling methods and tried to detect changes of the characteristics of waveforms in frequency domain. Since excitation of scattered waves are strongly controlled by the characteristic scale length of the random heterogeneity, the values of coherency or relative noise contribution in different frequency is useful for detecting signal waves that are generated from the larger heterogeneities that are often considered to be target heterogeneities. For detecting reflected waves masked by the scattered waves, the coherency and the relative noise contribution were calculated for the two waveform pairs observed in a circular array. We analysed waves in the time window with 300 data points, and moved the windows. In the low frequencies, coherency and relative noise contribution show changes when the window moves from scattering part to the reflected wave part. However, in the high frequencies, the change is not clear and waveforms are strongly affected by the scattered waves. By making image plots of coherency and relative noise contribution as a function of time and space, we can distinguish the reflected wave parts from the scattered wave parts. The present method may be useful for tracing reflected waves in seismic waveforms.

1. はじめに

不均質媒質中を伝播する地震波は散乱波を発生させる。散乱波の処理が物理探査にとって重要な問題であることは、最近広く認識されつつあるが、その具体的扱いに関してはあまり研究されていない。とくに対象とする地震波に比して短波長のランダム不均質構造から発生する散乱波の影響は良く分かっていない。地震波による地下構造探査では、反射波などの信号波がランダムな不均質による散乱波によって乱されているので、信号波と散乱波の性質の違いを調べ、両者を区別して地下構造解析に利用する必要がある。我々は室内モデル実験を行い、ランダムな不均質構造中を伝播する弾性波を観測し、反射波に散乱波が混合した波形データを取得して、両者の特徴を時系列解析によって明らかにすることを試みた。

2. モデル実験の方法

Fig.1 に示すように、 $300 \times 300 \times 80 - 90$ mm のブロック試料（花崗岩および鋼鉄）を用い、 300×300 mm の面的一方に圧電素子（PZT: 直径 5mm, 共振周波数 2 MHz, 厚み振動モード）を貼り、反対側の面の圧電素子に正対する位置を中心として、半径 10 mm の円弧上で弾性波の面に垂直な成分を観測する。PZT に 1 サイクル正弦波電圧

を瞬間的に加え、与えた周波数を卓越周波数とするパルス状の弾性波を発生させる。

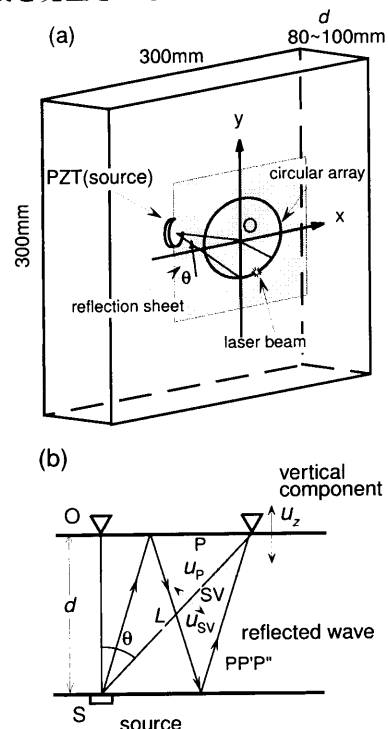


Fig. 1 An illustration of physical model experiment. The elastic wave is generated from a piezoelectric transducer (PZT) attached at one of the major surfaces of the sample and received at the opposite surface.

弾性波の計測はレーザードップラー振動計 (LDV) を用いる。LDV は 2MHz までの広い周波数範囲で平坦な特性を持ち、全波形を正確に記録することができる。また、レーザー光による測定は接触物がなく、表面の凹凸がないため非常に正確な波形が得られる (西澤ほか, 1996, 1997, 2001; Nishizawa et al., 1997, 1998; Sivaji et al., 2001; Scales & van Wijk, 1999)。

3. 波形解析の方法

Fig. 2 に示すように、観測点で得られた波形の一部分を取り出し、他の観測点で得られた波形の一部分と比較するために多変量 AR モデルを用いる。この場合多変量 AR の次元 (北川 1993) は 2 である。もし、波形どうしが互いに関係していれば、以下で述べる coherency や相対ノイズ寄与率にその影響が現れる。

多変量 AR モデルは以下の式で表される。

$$\mathbf{x}_n = \sum_{m=1}^M A_m \mathbf{x}_{n-m} + \mathbf{v}_n \quad (1)$$

ここで \mathbf{x}_n は ℓ 次元のベクトルで、 k 番目の観測点での時刻 n における振幅 $x_n(k)$ を成分とする。

$$\mathbf{x}_n = (x_n(1), x_n(2), \dots, x_n(\ell))^t$$

である。 $x_n(k)$ は k 番目の観測点での時刻 n における振幅とである。また A_m は $a_m(j, k)$ を (j, k) 成分とする $\ell \times \ell$ 行列で自己回帰行列と呼ばれる (北川, 1993)。 \mathbf{v}_n は ℓ 次元白色雑音で、平均値ゼロで、時間に関して互いに無相関である。

$$\mathbf{E}(\mathbf{v}_n) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{E}(v_n(j)v_n(k)) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1\ell} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{\ell 1} & \cdots & \sigma_{\ell\ell} \end{bmatrix} = W, \quad (3)$$

$$\mathbf{E}(v_n(j)v_m(k)) = \mathbf{O}, \quad n \neq m$$

$$\mathbf{E}(v_n(j)x_m(k)) = \mathbf{O}, \quad n > m$$

ただし \mathbf{O} はすべての成分がゼロの $\ell \times \ell$ 行列で、 W は対称行列 $\sigma_{jk} = \sigma_{kj}$ である。

このモデルでクロススペクトル行列 $P(f)$ が得られる。

$$P(f) = \begin{bmatrix} p_{11}(f) & \cdots & p_{1\ell}(f) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\ell 1}(f) & \cdots & p_{\ell\ell}(f) \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $j \neq k$ のとき $p_{jk}(f)$ は複素数である。多変量 AR モデルのクロススペクトル行列と AR 係数行列との関係は

AR 係数で定義される行列

$$A_{jk}(f) = \sum_{m=0}^M a_m(j, k) \exp(-2\pi i m f) \quad (5)$$

$$a_0(j, j) = -1, \quad a_0(j, k) = 0 \quad (j \neq k) \text{ の場合}$$

より、

$$p(f) = A(f)^{-1} W (A(f)^{-1})^* \quad (6)$$

となる。 A^* は A の複素転置行列である。

$p_{jk}(f)$ の絶対値を α_{jk} で表す。

$$\alpha_{jk} = \sqrt{(\mathcal{R}\{p_{jk}(f)\})^2 + (\mathcal{I}\{p_{jk}(f)\})^2} \quad (7)$$

ただし、 $\mathcal{R}\{p_{jk}(f)\}, \mathcal{I}\{p_{jk}(f)\}$ はそれぞれスペクトル $p_{jk}(f)$ の実部と虚部とを表す。以下のように coherency $coh_{jk}(f)$ が定義される。

$$coh_{jk}(f) = \frac{\alpha_{jk}(f)^2}{p_{jj}(f)p_{kk}(f)} \quad (8)$$

ここで、 $A(f)^{-1} = B(f) = (b_{jk}(f))$ とする。もし、ノイズ \mathbf{v}_n の相関によって決まる行列 W の非対角成分がゼロならば、

$$p_{ii}(f) = \sum_{j=1}^{\ell} b_{ij}(f) \sigma_{jj}^2 b_{ij}^*(f) = \sum_{j=1}^{\ell} |b_{ij}(f)|^2 \sigma_{jj}^2 \quad (9)$$

となり (北川, 1993)、スペクトルの対角項とノイズの対角項 (分散) とを関係づけることができる。スペクトルの対角項は観測点 i における自身のスペクトルであるから、式 (9) は各観測点のノイズが観測点 i におけるスペクトルへの寄与を表していることになる。そこで、

$$r_{ij}(f) = \frac{|b_{ij}(f)|^2 \sigma_j^2}{p_{ii}(f)} \quad (10)$$

から、周波数 f における各観測点でのノイズの寄与率を求めることができる。これを相対ノイズ寄与率という。

複数の観測点で得られた波形をある時間ウィンドウで抽出し、式 (8) と式 (10) を利用して互いの関係の深さを測ることができる。もし、波形どうしの関係が近ければ、coherency は 1 に近くなり、互いの相対ノイズ寄与率も大きくなる。波形どうしの関係が薄ければ、coherency はゼロに近づき、相対ノイズ寄与率は自分自身からの寄与分 r_{ii} だけが大きくなるはずである。

また、非常によく似た波形どうしであれば、各観測点間でのノイズの相関が大きくなるため W の非対角成分は大きくなる。

反射波は長波長の不均質によって発生するので、波形間の影響は距離的に離れた観測点にも現れるはずであり、短波長のランダムな不均質構造によって発生した散乱波は、近い距離にある観測点間でしか相互の影響は観測されないはずである。したがって、短波長の散乱波によって乱された波形の中から、長波長不均質に起因する波を含む部分を抽出できるはずである。

Fig. 3 はウェスタリー花崗岩での観測波形である。圧電素子には 100V の振幅を持つ 1MHz の sine 波を入力した。直達 P 波のあとに弱い S 波と散乱波がつづき、表面で再反射された P 波 (Fig. 1 の PP'P'' 波) が散乱波とともに現れている。

前節で述べた方法によってふたつの波の関係を調べる。直達 P 波ではすべての観測点で波形は互いによく似ている。散乱波の部分では、観測点どうしが近いとき相互に波形は似ているが、観測点が離れるにしたがい波形の違いが大きくなる。再反射された P 波, PP'P'' の部分は反射波と散乱波が重なっており、この部分でどのような特徴が現れるか興味がある。

ここでは、観測点距離の異なるふたつの波形を適当な時間ウィンドウで抽出し coherency と相対ノイズ寄与率を調べた。観測点間距離は (1) となりあう点, (2) 2 点おき, (3) 4 点おき, (4) 6 点おきとし、各 180 個のペアについてしらべる。以下、それぞれのペアを (1) skip 1, (2) skip 3, (3) skip 5, (4) skip 7 と呼び、これらについての coherency と相対ノイズ寄与率をもとめる。ウィンドウは 1 μ s ずつずらしながら直達 P 波、直達 S 波、散乱波、PP'P'' 波部分をカバーするようにし、各フェイズでの特徴を見る。各ペア

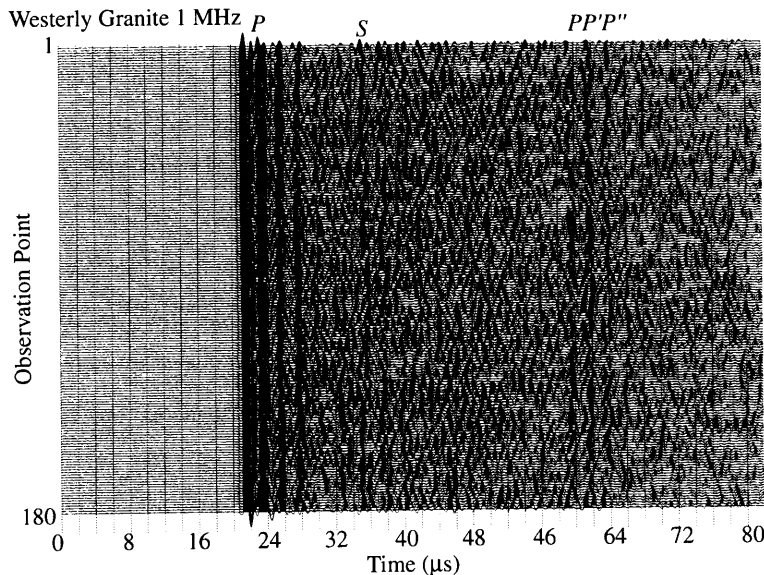


Fig. 3 Waveforms of Westerly granite. Wave source was excited by a single-cycle 1-MHz sine wave. An observation array was set with 1-cm radius and 2-degrees aparture distance.

4. イメージングへの応用

周波数と時間ウィンドウを変数として観測点間の波形どうしの coherency や相対ノイズ寄与率の値が得られる。これらの値を、観測点—時間ウィンドウに対して周波数ごとにマッピングすれば、波形間の関係の強さを全観測点—時間に対してひと目で見ることができる。Fig. 4 は周波数 0.5 MHz に対する skip 1 と skip 7 の場合の相対ノイズ寄与率のマッピングである。

PP'P'' 波が到達した 60 μ s 付近ですべての観測点でノイズ寄与率に変化があることが認められる。周波数 1 MHz

の coherency と相対ノイズ寄与率の時間変化の特徴を見るため、180 個のペアについての分布が調べられた。結果は周波数 f に対して得られるので膨大なデータ量になるが、この実験で重要な周波数は 2MHz 程度までであり、これより高周波でのデータは意味がない。

今回の解析は l が 2 の場合であるので、どちらかいつぼうのスペクトルやノイズ寄与率を調べればよく、以下では、ペアとなる波形の片方の結果を表示する。

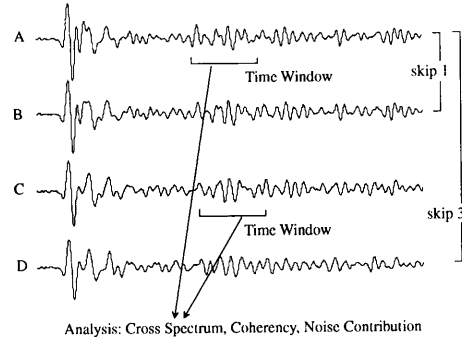


Fig. 2 Analysis of waveforms. Analyses were made for two waveforms within the time windows containing 300 data points. When two waveforms have a close relationship or close correlation, coherency and relative noise contribution indicate the relationship between two waves.

に対する skip 1, skip 7 の場合のノイズ寄与率のマッピングを Fig. 5 に示す。

周波数が高くなると、PP'P'' 波付近でのノイズ寄与率の値はそれ以前の時間帯の散乱波の部分での値とさほど変わらない。これは、1 MHz の波が散乱され波形がゆがめられたため反射波の情報がマスクされてしまったことを示している。

coherency の値を用いても同様のイメージングが可能である。Fig. 6 は 0.5 MHz に対する skip 7 の場合の coherency 値のマッピングである。

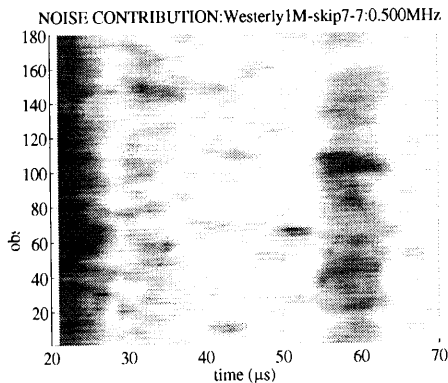
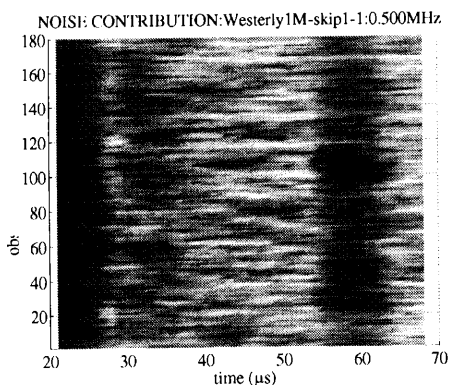


Fig. 4 An image plot of noise contribution for 0.5 MHz for space (observation point) and time (moving time window).

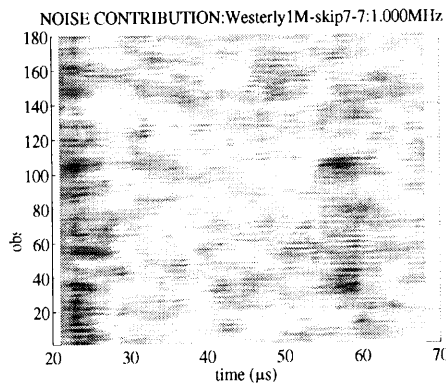
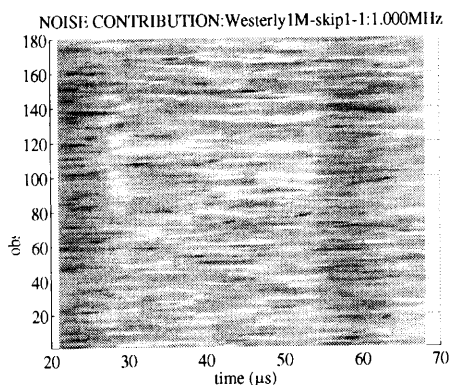


Fig. 5 An image plot of noise contribution for 1 MHz for space (observation point) and time (moving time window).

相対ノイズ寄与率のマッピングと同様 $PP'P''$ 波でイメージの変化が認められる。

skip 1 の場合は短波長不均質による散乱波の位相のつながりはまだ保たれていることが多い。このため、散乱波部分でもノイズ寄与率や coherency は直達波部分に比べ大きな違いがない。しかし、観測点間距離が離れると、散乱波部分の波形どうしの関係は弱くなり、直達波や長波長不均質による反射波は散乱波と明瞭に区別されるようになる。そこで、skip 1 から skip 7 までの平均値を用いたイメージングをおこなってみる。Fig. 7 は 0.5 MHz に対する skip 1 から skip 7 までの平均を用いたイメージングの結果である。

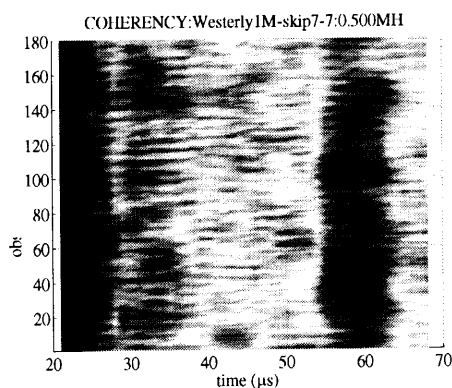


Fig. 6 An image plot of coherency for 0.5 MHz for space (observation point) and time (moving time window).

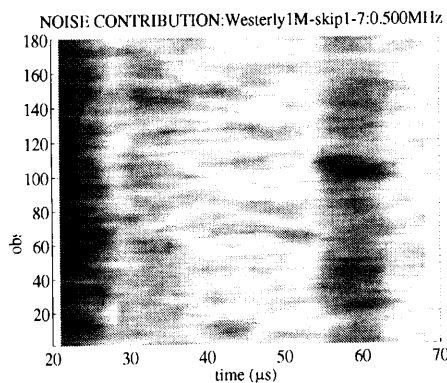
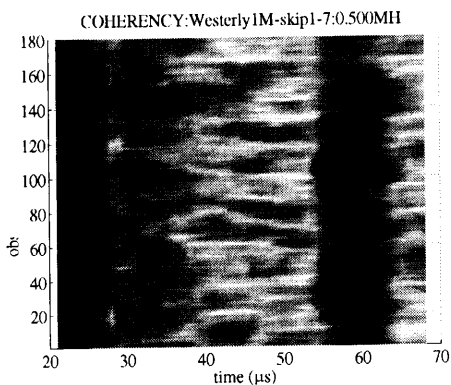


Fig. 7 An image plot of noise contribution and coherency for 0.5 MHz for space (observation point) and time (moving time window). The image plots are the average of skip1, skip3, skip5 and skip7.