

地震波伝播に伴う円形クラックの応力降下と散乱波生成

宮澤 理稔

京都大学大学院理学研究科

地震波が散乱体を通過することにより生成される散乱波について考える。散乱波の生成には伝播媒質中に固有な静的な物理量によるものと、動的な要因がある。前者は例えば散乱体の形状や媒質の不均質、後者は地震波に伴う散乱体そのものの成長や消滅などの変形やこれによる応力変化の場合が考えられる。本研究では両者を考慮した三次元弾性体中に応力降下に伴う散乱体が存在する場合の地震波の散乱問題を考える。今、三次元弾性媒質中にクラックを考え、ここに地震波が入射したとする。この入射波によりクラック面に働く応力が降伏応力に達し、破壊が開始されるとする。破壊に伴い、応力降下に相当するエネルギーを持つ散乱波が生成されるほか、クラックの形状変化による散乱波が生成される。この場合クラックの形状変化にはクラックの成長がある。これを無限遠方で放射条件を満たす三次元散乱波外部問題として境界積分法を用いて解く。

散乱波は無限遠方で放射条件を満たすので、三次元空間領域 D について周波数域での積分方程式は小林 (2000) により、

$$\frac{1}{2}\hat{\mathbf{u}}^{sc}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{\partial D} \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \hat{\mathbf{t}}^{sc}(\mathbf{y}, \omega) ds - \int_{\partial D} \hat{\mathbf{W}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \hat{\mathbf{u}}^{sc}(\mathbf{y}, \omega) ds \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \partial D. \quad (1)$$

ここで $\hat{\mathbf{u}}^{sc}$ は散乱波の変位、 $\hat{\mathbf{t}}^{sc}$ は散乱波の表面力を示し、 $\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 、 $\hat{\mathbf{W}}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ はそれぞれ単位力が与えられた時 \mathbf{y} に対する \mathbf{x} での変位、 \mathbf{x} に対する \mathbf{y} での表面力である。 \int は Cauchy の主値積分 (CPV)、 \int は超特異積分の有限部分である。 \hat{f} は関数 f のフーリエ変換を表す。今、境界 ∂D を地表 (∂D_1) と円形クラック表面 (∂D_2) に考える。境界条件は、地表は自由表面であり、円形クラック上ではクラックの破壊中は摩擦や固着は考えない。クラックの破壊には準動的なモデルを採用する。破壊はクラックの中心から始まり、破壊とともに応力は零に落ち、用意された境界面に沿って S 波速度で破壊伝播する。予め仮定した領域にあるバリアにより破壊伝播が停止し、これと同時に滑りも停止する。これにより、 ∂D_2 も時間変化する。また、入射波の破壊運動への関与は破壊励起以外ないものとする。

ところで全変位場 $\hat{\mathbf{u}}$ に対して、

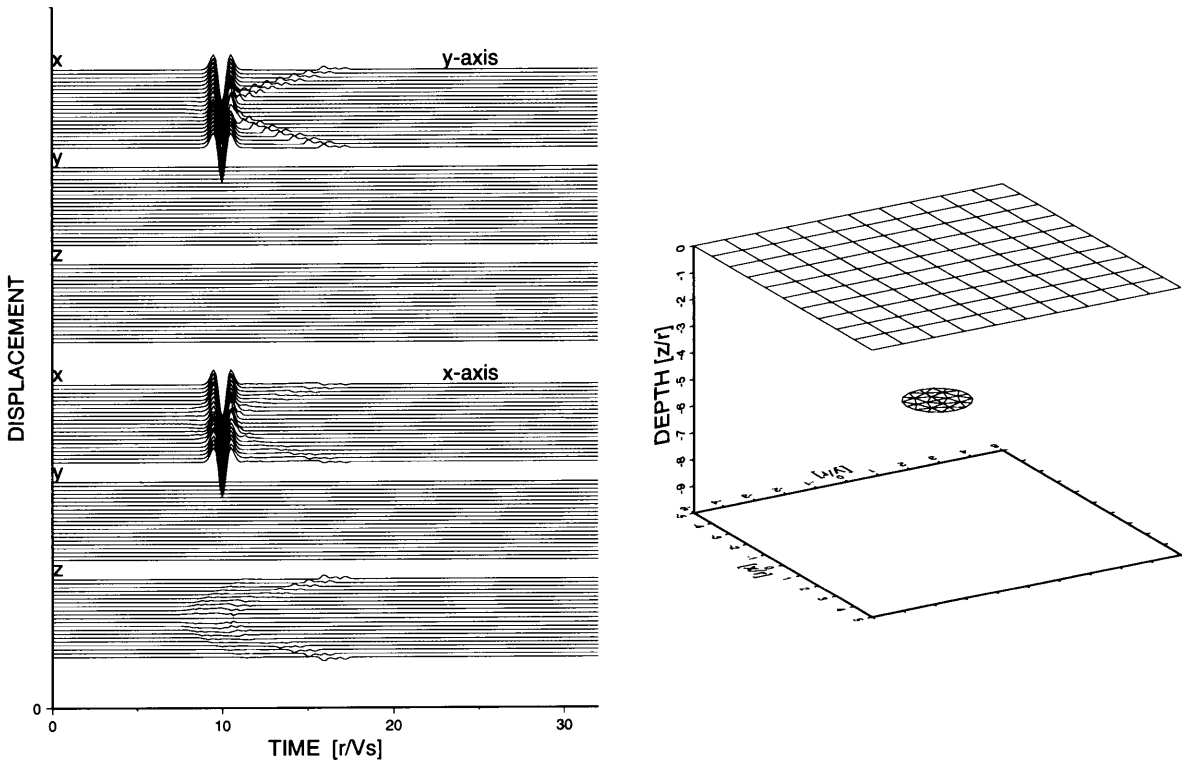
$$\hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{u}}^{in} + \hat{\mathbf{u}}^{sc} + \epsilon \hat{\mathbf{u}}^{slp} \begin{cases} \epsilon = 0 & \text{on } \partial D_1 \\ \epsilon = 1 & \text{on } \partial D_2 \end{cases} \quad (2)$$

であるから (in : 入射, slp : クラックの滑べり), 式 (1) は、境界条件を用いて、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega) + \int_{\partial D} \hat{\mathbf{W}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{y}, \omega) ds \\ = & \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{u}}^{in}(\mathbf{x}, \omega) + \epsilon \hat{\mathbf{u}}^{slp}(\mathbf{x}, \omega)) \\ & + \int_{\partial D_1} \hat{\mathbf{W}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \hat{\mathbf{u}}^{in}(\mathbf{y}, \omega) ds + \int_{\partial D_2} \hat{\mathbf{W}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) (\hat{\mathbf{u}}^{in}(\mathbf{y}, \omega) + \hat{\mathbf{u}}^{slp}(\mathbf{y}, \omega)) ds \\ & - \int_{\partial D_1} \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \hat{\mathbf{t}}^{in}(\mathbf{y}, \omega) ds - \int_{\partial D_2} \hat{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) (\hat{\mathbf{t}}^{in}(\mathbf{y}, \omega) + \hat{\mathbf{t}}^{slp}(\mathbf{y}, \omega)) ds. \quad (3) \end{aligned}$$

式 (3) を離散化して最小二乗的に解く. $\hat{u}^{in}, \hat{t}^{in}$ は入射波が Ricker wave の S 波として与え, $\hat{u}^{slp}, \hat{t}^{slp}$ はクラック破壊の準動的な解として与える. 弾性体中の \hat{U}, \hat{W} は解析的によく知られているが, 特に低周波側など変数が小さい場合数値計算上桁落ち防止のために静弾性の部分とそれ以外の部分に展開して与える. また特異積分は部分積分を用いることにより有限部分を評価した. 更に ∂D_2 はクラックの破壊成長過程において変化するので, クラック面を形成する境界要素はクラックの破壊が開始されるまで仮想的に存在しないものとする事により, 破壊前の連続条件, 及び破壊中破壊後の境界条件を表現する.

散乱波の数値計算例として円形せん断クラックを三次元弾性体中に仮定し, 鉛直下向きからの入射 S 波 (Ricker wave) によってクラックに加わる応力が降伏応力を越えることによって滑べりが励起された時, 地表で観測される波形を求める. 但しクラックの破壊はその中心から始まるものとする. この解析ではクラック面上に両面合わせて 80 個の境界要素を用い 8×8 Gauss 積分で計算する.



円形クラックを深さ 5 に水平に置き (右図) 鉛直下向きから x 方向に振幅が卓越した平面 S 波 (Ricker wave) が深さ 10 から時刻 0 で入射した時, 地表で観測される散乱波の変位 (左図). 左図の上半分は y 軸に沿った $(0,-5,0)-(0,5,0)$ の変位, 及び下半分は x 軸に沿った $(-5,0,0)-(5,0,0)$ の変位. 但し長さの単位はクラックの半径 r で割って無次元化している.

参考文献

小林昭一 編著, 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.