

ランダム不均質構造における波形エンベロープ形成：
Markov近似と輻射伝達理論の融合

東北大学・院・理 地球物理学専攻 佐藤春夫

はじめに： 1Hz より高い周波数において，S 波の主要動の継続時間は伝播距離が増加するに連れて長くなっていくことが，観測データの解析からわかってきた．このような性質は，不均質速度構造における波動場の 2 次モーメントに関する統計的方程式を放物近似（短波長近似）し，さらにMarkov近似を適用することによって説明することが可能である (Sato, 1989; Fehler, Sato and Huang, 2000)．地震波の最大振幅の距離減衰は，距離の逆べきである幾何減衰と距離の指数関数型減衰の積で表すことができるものと従来考えられてきた．坪井の式に見られる距離の-1.73乗の様な距離のべき関数型減衰も，減衰の深さ依存性によって説明することが試みられてきた．しかし，上記の放物近似とMarkov近似の考えによる波形エンベロープ導出理論では，内部減衰が無くても，不均質構造における回折と前方散乱によって，統計的地震波形エンベロープの最大振幅が距離のべき乗に従って減少することが導かれる．そのべき数は，不均質速度構造のパワースペクトルが波数のべきで表される場合には，波数のべき数と関係づけられることがわかっている (Saito, Sato and Ohtake, 2000, preprint)．しかし，上記の方法では，不均質構造の短波長成分による広角度散乱に起因する振幅減衰は単なる指数関数項として付加されているだけあり，コーダ励起の問題は無視されている．すなわち，主要動継続時間，最大振幅の距離減衰，コーダ励起の全てを，統一的な考えの基に導出する事が必要とされている．

本講演では，放物近似とMarkov近似に基づくMSエンベロープを輻射伝達方程式のグリーン関数とし，ランダム構造に起因するモーメント輸送散乱係数を有効等方散乱係数として，スカラー波のMSエンベロープの導出を行う．

1．理論の概要： 速度構造のゆらぎの自己相関関数が，ガウス型と指数関数型の 2 つの和 $R(\mathbf{x}) = R_G(\mathbf{x}) + R_E(\mathbf{x})$ で表わされるとする．ただし， $R_G(\mathbf{x}) = \varepsilon_G^2 e^{-|\mathbf{x}|^2/a_G^2}$ 及び $R_E(\mathbf{x}) = \varepsilon_E^2 e^{-|\mathbf{x}|/a_E}$ である．速度ゆらぎのパワースペクトルを P で表し，以下の数値シミュレーションでは， $\varepsilon_G = 0.053$, $a_G = 5$ km, $\varepsilon_E = 0.04$, $a_E = 2.5$ km, $V_0 = 4$ km/s とする．この場合，波数ゼロ付近でのパワースペクトルは，ガウス型のスペクトルの寄与が大きい．ボルン近似によれば，速度ゆらぎのスペクトルのうち波の波長に比べて長い波長成分による前方散乱・回折の効果は，波数ゼロ付近のパワースペクトル，即ちガウス型のスペクトルの寄与が大きい．このガウス型スペクトルにおける球面波のMSエンベロープは解析的に解くことができおり，次式で与えられる (Shishov, 1974)．

$$\hat{I}_0(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r^2} H\left(t - \frac{|\mathbf{x}|}{V_0}\right) \frac{1}{t_M} \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n^2 e^{-\frac{\pi^2}{4} n^2 \frac{(t - |\mathbf{x}|/V_0)^2}{t_M^2}}. \quad (1)$$

ここで

$$t_M(\varepsilon_G, a_G, r) = \frac{g_f(\varepsilon_G, a_G)}{V_0} r^2 \quad \text{ただし} \quad g_f(\varepsilon_G, a_G) = \frac{\sqrt{\pi} \varepsilon_G^2}{2 a_G} \quad (2)$$

ボルン近似によれば，単位体積あたりの散乱の強度を表す散乱係数は， $g(k_0, \psi) \equiv \frac{k_0^4}{\pi} P\left(2k_0 \sin \frac{\psi}{2}\right)$ で与えられる．散乱過程が非等方であっても，多重散乱が卓越する場合には，見かけ上等方散乱と考えることが許される．輸送方程式から拡散方程式を導出する際に導かれる等価な等方散乱係数は，モーメント輸送散乱係数とよばれ，

$$g_m(k_0) = \frac{k_0^4}{4\pi^2} \oint P\left(2k_0 \sin \frac{\psi}{2}\right) (1 - \cos \psi) d\Omega, \quad (3)$$

で与えられる(Morse and Feshbach, 1953)．直達波と同じ速さで進む前方散乱波を取り除くという点は，走時補正をした散乱減衰の導出法 (Sato, 1982; Wu, 1982)と似ている．この前方散乱波を取り除く操作は，波の波長に比べて長い波長成分を取り除くということを意味する．即ち，多重散乱が卓越する場合には，不均質構造の短波長成分による広角度散乱の効果を有効等方散乱で置き換えてよい．この考えによれば，エネルギー密度に関する輻射伝達方程式を以下のように書くことができる．

$$E(\mathbf{x}, t; k_0) = W(k_0) G_G(\mathbf{x}, t; k_0) + V_0 g_m(k_0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_G(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t'; k_0) E(\mathbf{x}', t'; k_0) dt' d\mathbf{x}' \quad (4)$$

W は波数 k_0 での輻射エネルギーであり，グリーン関数はガウス型スペクトルの場合のMSエンベロープ(1)をもとに，散乱減衰項を導入して次式で与える．

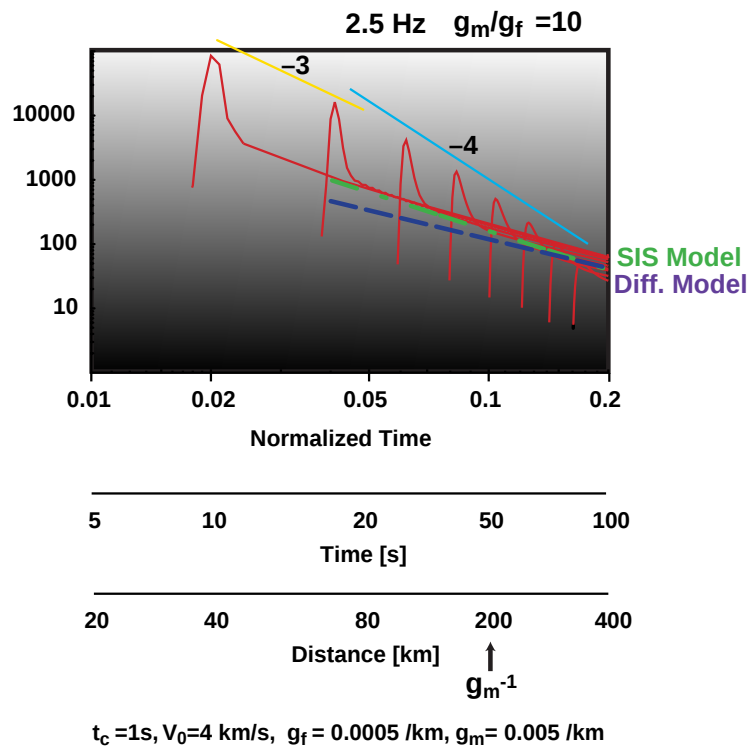
$$G_G(\mathbf{x}, t; k_0) = \frac{e^{-\eta g_m(k_0) V_0 t}}{4\pi r^2 V_0} H\left(t - \frac{|\mathbf{x}|}{V_0}\right) \frac{1}{t_M(\epsilon_G, a_G, r)} \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n^2 e^{-\frac{\pi^2}{4} n^2 \frac{(t - |\mathbf{x}|/V_0)}{t_M(\epsilon_G, a_G, r)}} \quad (5)$$

ここで散乱減衰を表す指数関数項のパラメータ μ の値は，全エネルギーが保存するように選ぶ．この系は， g_f と g_m の2つの長さスケールを持つ．積分方程式(4)は，時間についてラプラス変換，空間についてフーリエ変換をすることによって容易に解くことができる．特にガウス型スペクトルの場合にグリーン関数(5)のラプラス・フーリエ変換が解析的に求まっていることが，計算を容易にしている．

シミュレーション結果： 震源継続時間が1sの場合の数値シミュレーション結果を次ページの図に示す．この結果から，以下のような性質が導かれる．主要動は，回折波と広角度散乱波の重ね合わせであり，その継続時間は伝播距離と共に増大する．MSエンベロープの最大ピーク値は伝播距離の-3 ~ -4乗に従って減少する．主として短波長成分による散乱波からなるコーダ波のエンベロープは経過時間の-1.5 ~ -2乗に従って減少する．

今後，速度ゆらぎがより一般的なフォンカルマン型スペクトルで表される場合を調べていく予定である．

MS Envelope



MS Envelopes at 200 km

