

2次元ランダム媒質を伝播するスカラー波のエンベロープモデル

° 齊藤竜彦 [1], 佐藤春夫 [1], Michael Fehler [2], 大竹政和 [1]
[1] 東北大学大学院・理・地球物理, [2] Los Alamos National Laboratory

A model for scalar-wave envelope in 2D random media

° Tatsuhiro Saito [1], Haruo Sato [1], Michael Fehler [2] and Masakazu Ohtake [1]
[1] Graduate School of Science, Tohoku Univ. [2] Los Alamos National Laboratory

はじめに

不均質な地下を伝播する地震波エンベロープ（包絡波形）は，（１）最大振幅の到着時刻が初動到達時刻より遅れ，その差は震源距離とともに拡大し，（２）コーダ波の振幅減少の様子は震源距離によらない，という特徴をもつ．（１）の特徴は速度ゆらぎ不均質構造の長波長成分に起因し，放物型波動方程式にマルコフ近似を用いることで説明されてきた [Sato, 1989]．一方，（２）の特徴は速度ゆらぎの短波長成分に起因し，輻射伝達理論 [Zeng et. al, 1991 など] を用いることによって説明されてきた．しかし，短波長成分が多い場合，前方散乱のみを取り扱うマルコフ近似法はコーダ波励起の特徴を説明できない．また，等方散乱を仮定した輻射伝達理論では（１）の特徴を説明することができない．現段階では，直達波からコーダ波までの全エンベロープを説明できる簡単なモデルの構築が望まれている．

本稿では，スカラー波の伝播過程において，マルコフ近似法によるエンベロープと輻射伝達理論によるエンベロープのそれぞれを，波動方程式の差分計算に基づいて作成したエンベロープと比較し，モデルの適用範囲を検討する．さらに，直達波からコーダ波までを説明できるようなエンベロープモデルを提案する．

シミュレーション

図 1 のように速度構造がランダムにゆらいでいる不均質媒質中を，中心周波数 2Hz のリッカー波が伝播する場合を考える．ランダム媒質は，平均速度 $V_0 = 4 \text{ km/s}$ ，速度ゆらぎの大きさ 5% ($\varepsilon = 0.05$)，相関距離 $a = 5 \text{ km}$ の von Karman 型パワースペクトル密度関数で表される 2次元ランダム媒質を用いる．von Karman

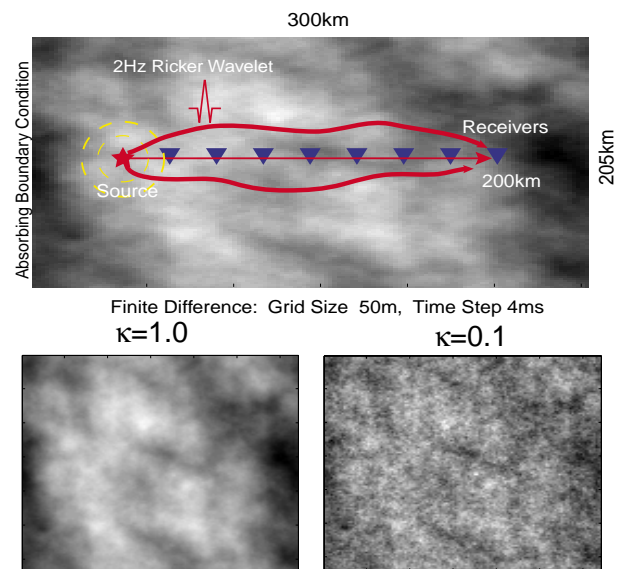


図 1 . シミュレーションの概要

型ランダム媒質はパラメタ κ により短波長成分の量が規定され、 κ が小さいほど不均質構造の短波長成分が多くなる。本稿では短波長成分が少ない $\kappa=1.0$ と短波長成分が多い $\kappa=0.1$ の場合のランダム媒質について、それぞれ 50 個のアンサンブルを作る。リッカー波の伝播過程は有限差分法により数値計算を行い、波形 2 乗振幅記録 50 トレースのアンサンブル平均をエンベロープとする [Fehler et al., 2000]。

マルコフ近似法と数値計算との比較

2次元のランダム媒質において、原点に置かれた点震源から輻射された円筒波を考える。波の波長に比べて構造がゆるやかに変化する場合、波動方程式を放物型に近似し、統計的処理(マルコフ近似)を行うことで von Karman 型ランダム媒質におけるエンベロープを導出できる[Fehler et al., 2000]。

短波長成分が少ないランダム媒質の場合 ($\kappa=1.0$)、マルコフ近似法によるエンベロープは差分法によるエンベロープとよく一致した結果が得られた(図 2a)。これは不均質構造の長波長成分による多重前方散乱効果に対してマルコフ近似法が有効であることを示す。しかしながら、短波長成分が多いランダム媒質の場合 ($\kappa=0.1$)、差分法によるエンベロープはコーダ励起量が多いのに対し、マルコフ近似法によるエンベロープは励起量が少ない(図 2b)。これは、放物型波動方程式が前方散乱しか取り込んでいないのに対し、短波長成分が多い媒質では広角度散乱によってコーダ波が生成されるためである。

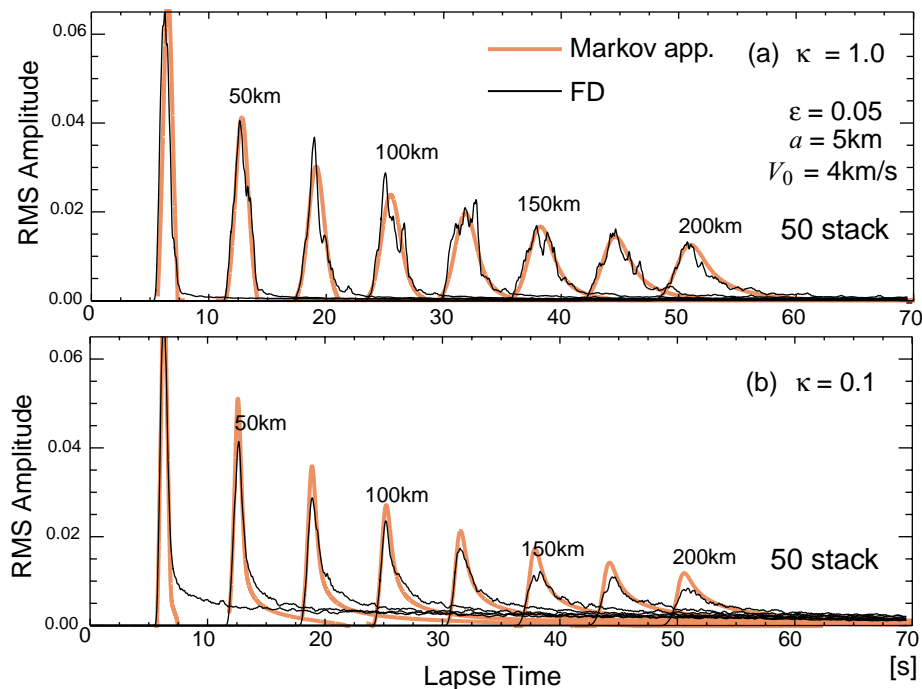


図 2. マルコフ近似法による RMS エンベロープ(太線)と差分法による RMS エンベロープ(細線)との比較。(a)短波長成分が少ない場合 $\kappa=1.0$ と(b)短波長成分が多い場合 $\kappa=0.1$ 。

輻射伝達理論と数値計算の比較

非等方散乱過程では，前方散乱は直達波の散乱減衰およびコーダ波の励起に寄与せず，広角度散乱のみが直達波を減衰させコーダ波を励起すると考えられる．このとき，以下のように定義される momentum transfer cross-section g_m がコーダ波励起に寄与する有効的な等方散乱係数となる [Morse and Feshbach, 1953] ．

$$g_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (1 - \cos \theta) g(\theta) d\theta$$

ここで， $g(\theta)$ は散乱パターンを表し，Born 近似を用いることでランダム媒質のパワースペクトル構造より導くことができる．例えば，短波長成分が多いランダム媒質の場合 ($\kappa=0.1, \epsilon=5\%, a=5\text{km}$) に，散乱パターン $g(\theta)$ は図 3a のようになり，このとき $(1 - \cos \theta)g(\theta)$ は図 3b のようになる．

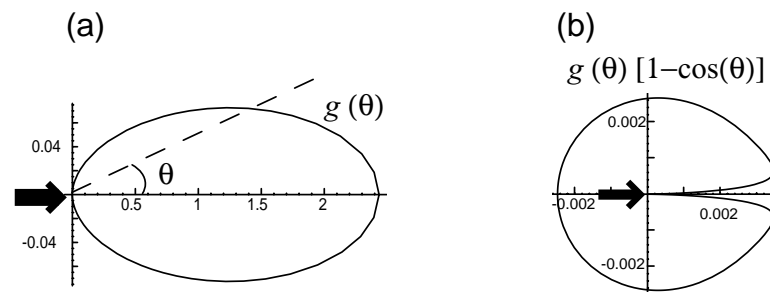


図 3 . (a) ランダム媒質 [$\kappa=0.1, \epsilon=5\%, a=5\text{km}$] における散乱パターン $g(\theta)$ と (b) $(1 - \cos \theta)g(\theta)$.

この散乱パターンから見積もった momentum transfer cross-section を 2 次元等方散乱モデル [Shang and Gao, 1988] に導入することでコーダ波の励起を説明することができる (図 4) . しかしこのモデルでは，前方散乱効果を適切に評価していないために主要動近傍のエンベロープは再現できない .

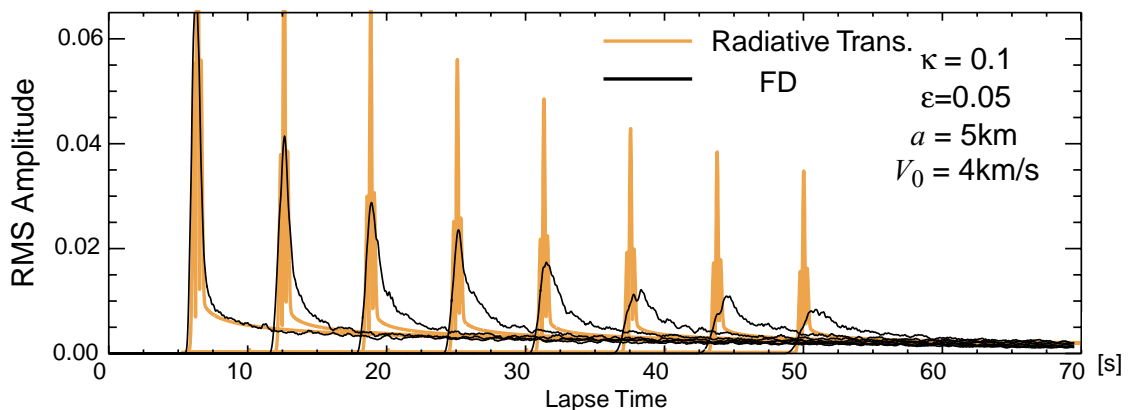


図 4 . 輻射伝達理論による RMS エンベロープ (太線) と差分による RMS エンベロープ (細線) との比較 .

ハイブリッドエンベロープモデル

多重前方散乱波からなる主要動近傍をマルコフ近似法により，広角度散乱により生成されるコーダ波を g_m を用いた輻射伝達理論によってモデリングすることで，全エンベロープを説明するモデルを提案する．このとき地震波エネルギー密度（2乗振幅エンベロープ） $E(x,t)$ は以下の式で表すことができる．

$$E(x,t) = \sigma I(x,t) e^{-\mu g_m V_0 t} + \frac{W g_m}{2\pi \sqrt{V_0^2 t^2 - r^2}} e^{g_m (\sqrt{V_0^2 t^2 - r^2} - V_0 t)} H\left(t - \frac{r}{V_0}\right)$$

第1項は，マルコフ近似法による2乗振幅 $I(x,t) = \langle u(x)u^*(x) \rangle$ に広角度の散乱減衰効果 $\exp[-\mu g_m V_0 t]$ を補正したものである．ここでパラメタ μ は空間の全エネルギーが保存するように選ぶ．また， σ は媒質の質量面密度である．第2項は，直達波ぶんを取り除いた輻射伝達理論によるエンベロープをあらわす．このエンベロープと差分計算との比較を図5に示す．このモデルは，差分計算によるエンベロープ形状を全時間領域にわたり忠実に再現していることがわかる．

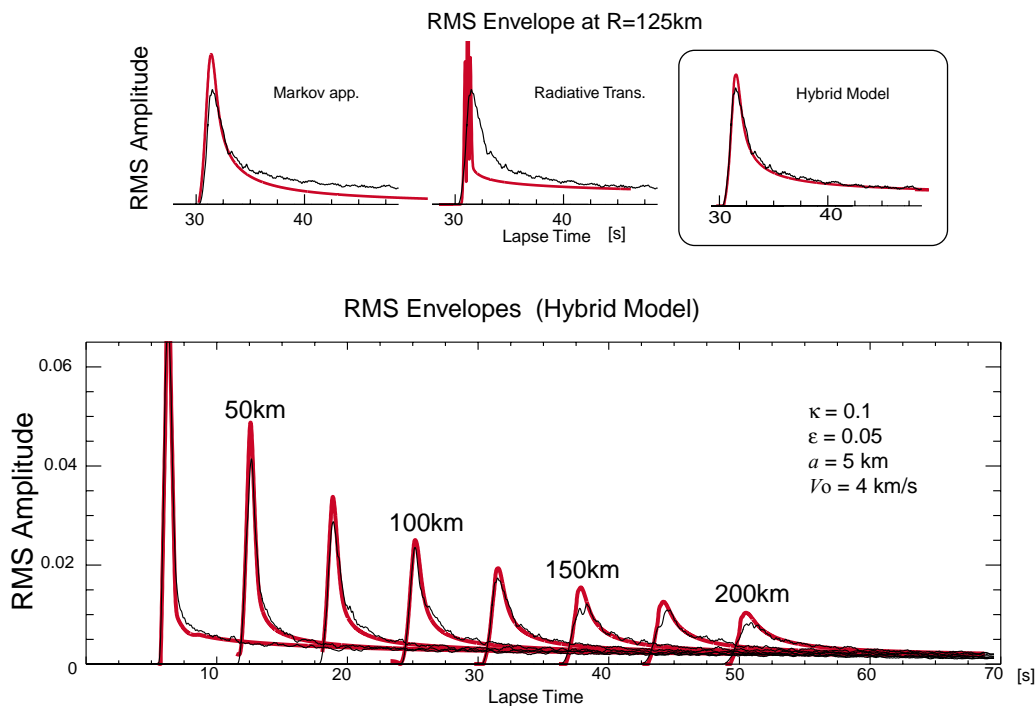


図5．上 伝播距離 125km における各エンベロープモデルによる RMS エンベロープ（太線）と差分計算による RMS エンベロープ（細線）との比較．
下 ハイブリッドエンベロープモデルによる RMS エンベロープ（太線）と差分計算による RMS エンベロープ（細線）との比較．

参考文献

- Fehler, M., H. Sato and L. J. Huang, Envelope broadening of outgoing waves in 2-D random media: A comparison between the Markov approximation and numerical simulations, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 90, 914-928, 2000.
- Morse, P. M. and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, New York, 1953
- Sato, H., Broadening of seismogram envelopes in the randomly inhomogeneous lithosphere based on the parabolic approximation: Southeastern Honshu, Japan, *J. Geophys. Res.* 94, 17735-17747, 1989.
- Shang, T. and L. Gao, Transportation theory of multiple scattering and its application to seismic coda waves of impulsive source, *Scientica Sinica (series B, China)* 31, 1503-1514, 1988
- Zeng, Y., F. Su, and K. Aki, Scattering wave energy propagation in a random isotropic scattering medium I. Theory, *J. Geophys. Res.* 96, 607-619, 1991.